Zählrohr

Golubkov Andrej
Meierhofer Georg

Betreuer: Dr. Carlo Callegari
Datum: 13.05.2004

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen **2**
1.1 Radioaktive Strahlung . . . 2
1.2 α Strahlung . . . 2
1.3 β Strahlung . . . 2
1.3.1 β Energiespektren . . . 3
1.4 γ Strahlung . . . 3
1.5 Radioaktiver Zerfall . . . 4
1.6 Zählrohr . . . 4
1.6.1 Funktionsweise . . . 5
1.6.2 Betriebsbereiche . . . 6

2 Versuche **7**
2.1 Aufgabenstellung . . . 7
2.2 Geräteliste . . . 7
2.3 Zählrohr Korrekturfaktor . . . 7
2.4 Statistische Zählratenverteilung . . . 8
2.5 Zählrohr charakteristik . . . 11
2.6 β^- Energiespektrum . . . 13
2.6.1 Bestimmung des Radius der Teilchenflugbahn . . . 14
2.6.2 β^- Energiespektrum Messung . . . 15
2.7 Absorption in Aluminium . . . 20

3 Fehlerbetrachtung **23**
3.1 Fits . . . 23
3.2 Zählwerte . . . 23
3.3 Teslameter . . . 23
3.4 Zählrohr Korrekturfaktor . . . 23
3.5 Aluminiumdicke . . . 23
3.6 β^- Energiespektrum . . . 23
3.7 β^- Absorptionskennlinie . . . 24

4 Zusammenfassung **24**
4.1 Statistische Zählratenverteilung . . . 24
4.2 Zählrohrcharakteristik . . . 24
4.3 β^- Energiespektrum . . . 24
4.4 Absorptionskennlinie . . . 24

1 Grundlagen

1.1 Radioaktive Strahlung

Radioaktive Strahlung entsteht bei Kernumwandlungen von Atomen. Es gibt 3 Arten radioaktiver Strahlung: α, β und γ Strahlung.

1.2 α Strahlung

Die Strahlung besteht hier aus Helium Kernen, das α Teilchen ist also aus 2 Protonen und 2 Neutronen zusammengesetzt. Es hat die Ladung von $C = 2e$. Die kinetische Energie der Teilchen beträgt 2 - 8 MeV. Da die Ionisierungsenergie der Luft im Mittel 32.5 eV beträgt, können der Größenordnung nach 10^5 Ionen pro α Teilchen durch Stossionisation erzeugt werden. Danach ist seine Energie aufgebraucht und es wird ein gewöhnlicher Heliumkern. Die Reichweite der α Strahlung ist relativ gering. Zwischen der Reichweite R und der Radioaktivitätskostante λ ($\lambda = \frac{1}{\tau}$) gibt es einen einfachen Zusammenhang: Das Geiger Nutall Gesetz.

$$ln(\lambda) = A + B \cdot ln(R) \tag{1}$$

Mit konstanten A und B. Es wurde emirisch festgestellt, dass R proportional der kinetischen Energie E ist.

$$ln(\lambda) = a + b \cdot ln(E) \tag{2}$$

Das Energiespektrum der α Strahlung ist diskret. Es kann gleichzeitig γ Strahlung auftreten.

1.3 β Strahlung

Beim β Zerfall werden Elektronen oder Positronen sowie Neutrinos emitiert. Die Teilchen werden entsprechend β^- und β^+ genannt. Die Kinetische Energie kann bis zu 16MeV betragen. Bei diesen Energien muss relativistisch gerechnet werden.
Folgende Effekte tragen zur Absorption bei:
Elastische Streuung Die β Teilchen können an Atomkernen wie auch an Elektronen gestreut werden. Da der Wirkungqerschnitt proportional zu $\frac{1}{E^2}$ ist, muss die Streuung besonders bei niedrigen Energien berücksichtigt werden.
Ionisation Zwischen 10keV und 2MeV ist die spez. Ionisation proportional $\frac{1}{v^2}$.
Röntgen Strahlung Beim abbremsen der β Teilchen durch elektrische Potentiale der Atomkerne entsteht röntgen Strahlung.
Insgeasmt gehorcht die Absorption annähernd einer Exponentialfunktion:

$$N = N_0 \cdot e^{-\mu d} \tag{3}$$

Mit der Schichtdicke d, Anzahl der durchgegangenen Teilchen N und der Anzahl der auftrefenden Teilchen N_0.

Abbildung 1: β- Zerfall

1.3.1 β Energiespektren

Beim β^- Prozess wandelt sich im Atomkern ein Neutron in ein Proton um. Beim β^+ Prozess ein Proton in ein Neutron. Da die Energienievaus der Atomkerne vor, und nach dem Prozess bestimte fixe werte haben, sollte auch die β Strahlung ein diskretes Energiespektrum mit wenigen Linien haben. Statdessen wird aber ein kontinuirliches Spektrum gemessen. Das liegt daran, dass bei diesen Prozessen auch Neutrinos entstehen. Die freiwerdende Energie wird also auf das Neutrino und β Teilchen aufgeteilt. Die Neutrinos können mit dem Zählrohr nicht aufgespürt werden, da sie nicht ionisieren. Die Gesamtenergie kann trotzdem bestimmt werden: sie entspricht der maximalen Energie E_0 bei der noch β Teilchen gemessen werden. Das ist der Punkt, an dem die β Teilchen praktisch die gesammte Übergangsenergie bekommen. Für das Energiespektrum gilt die Formel:

$$N(p)dp \propto p^2(E_0 - E)^2 F(Z, E)dp \tag{4}$$

mit der Anzahl der β Teilchen $N(p)$ mit dem Impuls zwischen p und dp. E_0 ist die uns interresierende Übergangsenergie. E ist die gesamtenergie $E = (T + mc^2)$. F ist die Fermi Funktion:

$$F(Z, W) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \tag{5}$$

mit $\eta = \pm\frac{Ze^2}{hv}$, v der β Teilchen Geschwindigkeit und Z der Kernladungszahl nach dem β Zerfall. [1]

1.4 γ Strahlung

γ Strahlung ist kurzwellige elektromagnetische Srahlung mit Energien ab 2.5 keV. Sie entsteht wenn ein angeregter Atomkern zum Grundzustand übergeht (häufig nach α und β Prozessen). Das Strahlungsspektrum ist dann diskret. Bei Energien $<$ 1MeV erfolgt die übliche photoelektrische absorption und streuung. Ab 1MeV tritt Paarbildung auf. Die Absorption erfolgt wiederum mit

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu d} \tag{6}$$

Der Koeffizient μ ist stark Energieabhängig.

[1] aus http://personal.tcu.edu/ quarles/PHYS3/Betadecay.htm

1.5 Radioaktiver Zerfall

Beim radioaktiven Zerfall ändert sich die Zahl der Neutronen bzw. Protonen des Atomkerns. Der zerfall erfolgt dabei absolut zufällig, lediglich die Halbwertszeit kann bestimmt werden. Für die Anzahl der nicht zerfallenen Atome N gilt

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{7}$$

wobei sich τ aus der Halbwertszeit T oder der Aktivität λ berechnen lässt

$$\tau = \frac{T}{ln(2)} = \frac{1}{\lambda} \tag{8}$$

In der Natur gibt es 4 radioaktive Familien. Sie werden jeweils nach dem schwersten Element benannt. Die für uns wichtige ist die $U-283$ Reihe. Wie in Abbildung (2) gezeigt, gibt es 2 Zerfallsarten. Beim α- Zerfall wird die Massenzahl A um 4 kleiner, die Kernladungszahl Z um 2 kleiner. Beim β^-- Zerfall bleibt die Massenzahl konstant, die Kernladungszahl wird um 1 größer. Die Halbwertzeit des Zerfalls der Isotope schwankt erheblich. Die von U238 beträgt 4.47 milliarden Jahre beim Pa234 ha sie nur 1.18 Minuten. Irgendwann entsteht Ra226, das bei unseren Experimenten als Strahlungsquelle diente. Ra226 hat eine Halbwertszeit von 1622 Jahren, also kann seine Strahlungsintensität bei unseren Experimenten als zeitlich konstant angesehen werden.

Tabelle 1: Nachfolgeprodukte des Ra226 Quelle (http://environmentalchemistry.com)

Vor Zerfall	Nach Zerfall	Halbwertszeit T	Zerfallsart	Zerfallsenergie	Wahrscheinlichkeit
Ra226	Rn222	1600a	α	4.871MeV	100%
Rn222	Po218	3.824d	α	5.590MeV	100%
Po218	Pb214	3.1m	α	6.115MeV	99.98%
Po218	At218	3.1m	β^-	0.265MeV	00.02%
At218	Bi214	1.5s	α	6.874MeV	99.90%
¡ At218	Rn218	1.5s	β^-	2.883MeV	00.10%
Rn218	Po214	35ms	α	7.263MeV	100%
Pb214	Bi214	26.8m	β^-	1.024MeV	100%
Bi214	Po214	19.9m	β^-	3.272MeV	99.98%
Bi214	Tl210	19.9m	α	5.617MeV	00.02%
¡ Tl210	Pb210	1.30m	β^-	0.299MeV	100%
Po214	Pb210	164.3μs	α	7.833MeV	100%
Pb210	Bi210	22.3a	β^-	0.064MeV	100%

1.6 Zählrohr

Die sogenannten Geiger Müller Zählrohre dienen der Messung ionisierender Strahlung. Das Zählrohr besteht aus einem mit Edelgas gefüllten Metalrohr mit geringen Druck (ca. 0.1 bar). Das Metalrohr dient als Kathode (minus Pol). Im inneren des Rohres ist ein draht angebracht, er dient als Anode (plus Pol) und ist von der Kathode isoliert. Durch das Fenster an der Frontseite des Rohres kann Strahlung eindringen. Je nach Material

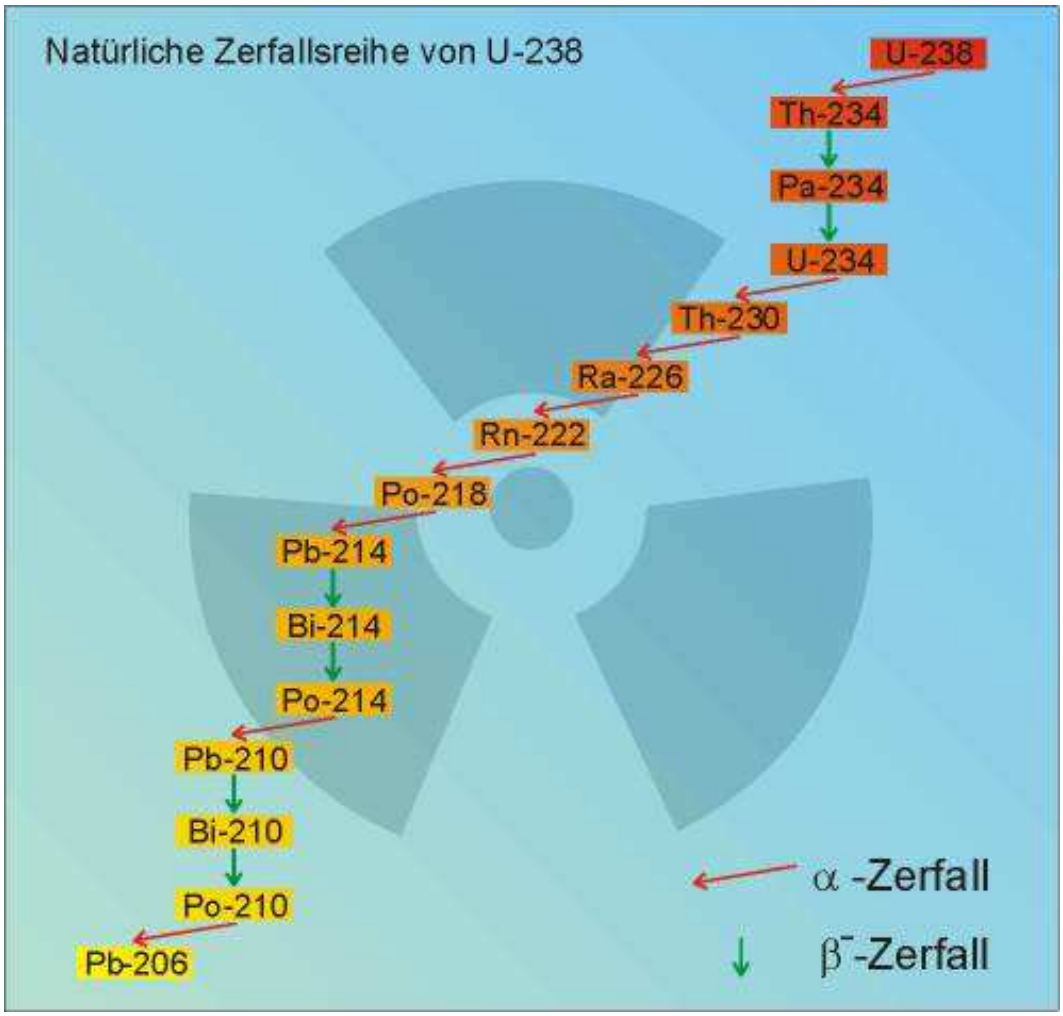

Abbildung 2: Hauptzweig der Zerfallsreihe des U238

kann verschiedene Strahlung durch das Fenster durchgelassen werden. Zum Nachweis der β Strahlung wird Glimmer als Material verwendet. Das Zählrohr misst die Strahlung dadurch, dass die Gasatome durch energiereiche Teilchen ionisiert werden und elektrischen Strom zwieschen der Anode und Kathode leiten.

1.6.1 Funktionsweise

Ein β Teilchen kann bis zu 16MeV an kinetischer Energie besitzen. Die Ionisierungsenergie des Füllgases liegt in der Größenordnung von 30eV. Das bedeutet, dass bei einfallenden Teilchen sehr viele Ion- Elektron Paare erzeugt werden können. Bei angelegter Spannung zwischen Anode und Kathode gibt es in der Röhre ein konzentrisches elektrisches Feld in dem die Ionen und die Elektronen beschleunigt werden. Die Elektronen haben eine viel geringere Masse und reagieren deshalb viel schneller. Während die Elektronen bereits bei der Anode angekommen sind, wandern die schweren Ionen langsam zur Kathode. Sie schirmen das Elektische Feld um den Draht ab, so dass weitere Strahlungs- Teilchen

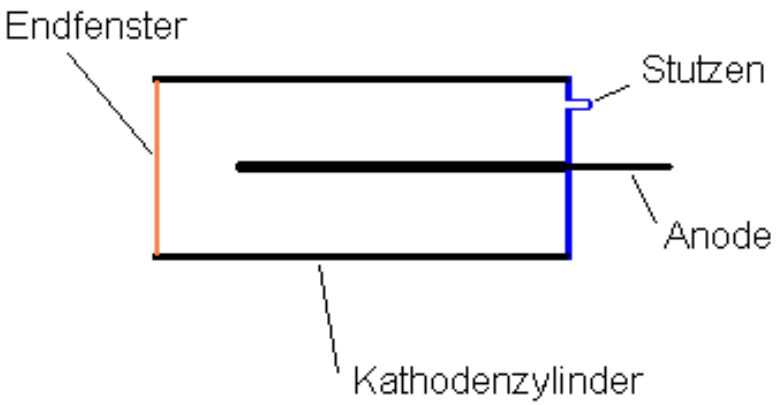

Abbildung 3: Zählrohr

schwer registriert werden können. Erst nach einer Erholungszeit τ_A hat das Zählrohr die ursprüngliche Empfindlichkeit. τ_A hängt von der angelegten Spannung und vom Aufbau des Zählrohrs ab. Zusätzlich ist das Rohr auch mit Löschgas gefüllt. Es verhindert, dass die Ionen Elektronen aus der Kathode herausschlagen, nachdem sie auf hohe Geschwindigkeit beschleunigt wurden.

1.6.2 Betriebsbereiche

Üblicherweise wird ein Kondensator über eine Vorwiderstand aufgeladen. Dieser Kondensator ist parallel zum Zählrohr geschaltet. Wenn im Zählrohr Ionen entstehen wird es leitend. Es fliest ein Strom durch den Kondesator: das Stromsignal wird mit einem Zähler oder Oszilloskop gemessen. Je nach verwendeter Betriebsspannung werden 3 Arbeitsbereiche unterschieden. Die Spannung kann bis zu 1500V betragen.

Ionisationskammer- Bereich Die Spannung ist hoch genung, um die bei der Ionisation entstandenen Elektronen von der Rekombination mit den Ionen zu hindern. Die Anzahl der Ionen ist von der Energie des einfallenden Teilchens abhängig. Somit kann man von der Impulsamplitude auf die Energie der Teilchen schliesen.

Proportional- Bereich Ab einer bestimmten Spannung ist die Feldstärke so hoch, dass die Elektronen genug kinetische Energie erreichen um weitere Ionen zu erzeugen. Diese kinetische Energie hängt von der mittleren freien Weglänge und der Feldstärke ab. Ab 30eV können durch Stossionisation weitere Elektronen erzeugt werden. Die Amplitude der gemessenen Impulse ist dann stark von der Spannung abhängig. Gleichzeitig ist die Amplitude proportional zur Ionisationsrate durch das einfallende Teilchen (Anzahl der primär vom Teilchen ionisierten Atome). In diesem Bereich ist es wichtig, dass die Spannung einen genauen konstanten Wert hat.

Geiger- Bereich Die Spannung kann soweit erhöht werden, dass sich die Ionisation von einem primären Elektron lawinenartig auf das ganze Zählrohr ausweitet. Es ist dann fast das gesamte Gas im Zählrohr ionisiert. Die Impulsamplitude ist dann von der Energie des einfallenden Teilchens unabhängig. Der Geiger- Bereich endet, wenn die Spannung so hoch wird, dass die Gas- Atome auch ohne ein hochenergetisches Teilchen ionisiert werden. Das Zählrohr kann dann beschädigt werden. Die Impulsamplitude ist noch immer von der Spannung abhängig. Die Abhängigkeit beträgt aber oft nur 2% - 5% pro 100V.

2 Versuche

2.1 Aufgabenstellung

- Totzeitmessung
- Verteilung der Zählrate mit Histogamm
- Zählrohrcharakteristik bei verschiedenen Betriebsspannungen
- Energiespektrum der β^- Strahlung
- Absortionsrate der β^- Strahlung im Aluminium

2.2 Geräteliste

- Oszilloskop
- Zählrohr
- Counter
- Teslameter
- Multimeter
- Radium Ra226 Probe
- Spule mit Luftspalt für homogenes Magnetfeld
- β^- Strahlung Kollimator (Stahlröhrchen)
- Mikrometer

2.3 Zählrohr Korrekturfaktor

Nach jeder entladung bleibt im Zählrohr um den Anodendraht ein Plasmaschlauch aus Edelgas- Kationen. Diese schirmen das Elektrische Feld in der Nähe des Drahtes ab. Deshalb sind die Amlituden der darauffolgenden Impulse kleiner. Es müssen die Kationen zur Kathode driften und sich entladen. Erst dann bekommt man die ursprüngliche Amplitude. Die Zeit nennt man recovery time τ_W. Für das Ansprechen des Triggers reicht aber auch eine geringere Amplitude. Die Zeit bis zur nächsten möglichen Triggerung nennt man resolving time τ_A. Diese Zeit hängt vom Trigge- level und von der Betriebsspannung ab. Bei

höheren Spannungen werden die Kationen schneller abgebaut. Bei niedrigerem Triggerlevel reagiert der Zähler auch bei geringeren Pulsaplituden.
Bei Zählversuchen muss τ_A bzw. die Näherung τ_t berücksichtigt werden.

z_w ...korrigierte Zählrate
z ...ursprünglich gemessene Zählrate
n ...gezählte Pulse pro Messperiode
Δt ...Messperiode
τ_A ...resolving time
τ_t ...gemessene näherung für resolving time
g_τ ...Korrekturfaktor

$$z_w = \frac{n}{\Delta t - n\tau_A} \tag{9}$$

mit

$$z = \frac{n}{\Delta t} \tag{10}$$

$$g_\tau = \frac{n}{1 - z\tau_A} \approx \frac{n}{1 - z\tau_t} \tag{11}$$

$$z_w = g_\tau z \tag{12}$$

τ_t wird mit dem Oszilloskop gemessen und ist die minimale Zeit vom ersten Impuls zum zweiten. Da wir 500V als Betriebsspannung verwendeten, wurde die recovery Zeit bei dieser Spannung gemessen. Ergebniss:

- $\tau_t = 160\mu s \pm 10\mu s$

Die Zählraten in den folgenden Versuchen wurden mit diesem Wert korrigiert.

2.4 Statistische Zählratenverteilung

Bei einer Spannung von $U = 500V$ und einem Zählinterval von $T = 1s$ wurde die Zählrate gemessen. Das Zählrohr wurde so justiert, das die Zählrate z ungefähr 1000 betrug. Dann wurden etwa 300 Messwerte aufgenommen. Die Auswertung erfolgte über ein Histogram. Im Histogram wurde in der X- Achse die Zählrate aufgetragen. In der Y- Achse wurde die Anzahl der Messungen, die in das entsprechende Intervall Z_i passten, aufgetragen. Als Intervallbreite wurde 10 gewählt. Bei einem X-wert von 1000 wurde also die Anzahl der Messungen N aufgetragen für die gilt: $995 < z \leq 1005$. Das Histogram wurde dann mit der Gausfunktion

$$N_i = a \cdot e^{-\frac{0.5\cdot(Z_i - a_2)^2}{\sigma^2}} \tag{13}$$

gefittet. Die Ergebnisse sind:

- Standartabweichung $\sigma = 36.87 \pm 0.05$
- Mittelwert $a_2 = 1175 \pm 2$
- Wurzel des Mittelwerts $\sqrt{a_2} = 34.28 \pm 0.03$ stimmt gut mit der Standartabweichung überein
- $\chi^2 = 23.95$

Tabelle 2: Histogramwerte

$z_{unkorigiert}$ ... gemessene unkorigierte Zählrate

$z_{unkorigiert}$							
969.0	916.0	975.0	992.0	1000.0	987.0	970.0	1022.0
916.0	992.0	987.0	1022.0	977.0	964.0	1002.0	993.0
975.0	987.0	970.0	964.0	1005.0	999.0	1045.0	977.0
992.0	1022.0	964.0	993.0	1002.0	977.0	1055.0	1014.0
1000.0	977.0	1005.0	1002.0	1002.0	987.0	945.0	989.0
987.0	964.0	999.0	977.0	987.0	1054.0	1001.0	936.0
970.0	1002.0	1045.0	1055.0	945.0	1001.0	1013.0	984.0
1022.0	993.0	977.0	1014.0	989.0	936.0	984.0	988.0
970.0	999.0	1022.0	1054.0	988.0	988.0	1000.0	998.0
977.0	1002.0	987.0	989.0	975.0	1017.0	980.0	992.0
1003.0	1018.0	985.0	957.0	998.0	962.0	996.0	1010.0
964.0	977.0	1054.0	936.0	1017.0	998.0	975.0	994.0
941.0	972.0	1009.0	1018.0	1010.0	961.0	998.0	970.0
1002.0	1055.0	1001.0	984.0	980.0	975.0	965.0	1058.0
1005.0	987.0	988.0	1017.0	917.0	971.0	1001.0	959.0
993.0	1014.0	936.0	988.0	992.0	994.0	1058.0	995.0
1012.0	972.0	963.0	979.0	996.0	987.0	964.0	1054.0
999.0	1054.0	988.0	998.0	971.0	983.0	988.0	991.0
956.0	977.0	1009.0	976.0	961.0	954.0	982.0	964.0
1002.0	989.0	1017.0	992.0	958.0	959.0	1000.0	998.0
1045.0	1001.0	1000.0	975.0	1001.0	988.0	987.0	970.0
1018.0	957.0	962.0	1010.0	1074.0	1007.0	992.0	1036.0
977.0	1032.0	999.0	1011.0	978.0	1040.0	1008.0	1009.0
977.0	936.0	998.0	994.0	959.0	991.0	970.0	999.0
1002.0	975.0	917.0	958.0	919.0	981.0	942.0	982.0
972.0	1018.0	961.0	970.0	1021.0	1009.0	972.0	990.0
1022.0	988.0	997.0	983.0	958.0	1004.0	991.0	977.0
1055.0	984.0	975.0	1058.0	1000.0	970.0	932.0	999.0
936.0	1011.0	1037.0	1008.0	1047.0	997.0	1015.0	998.0
987.0	1017.0	971.0	959.0	981.0	1020.0	970.0	922.0
943.0	947.0	983.0	1012.0	1008.0	1036.0	1018.0	943.0
1014.0	988.0	994.0	995.0	998.0	999.0	999.0	1004.0
985.0	962.0	996.0	1007.0	974.0	975.0	1031.0	977.0
972.0	979.0	987.0	1054.0	973.0	982.0	958.0	994.0
945.0	980.0	1001.0	1000.0	942.0	970.0	1012.0	992.0
1054.0	998.0	983.0	991.0	1020.0	977.0	961.0	1012.0
985.0	984.0	1026.0	927.0	988.0	982.0	978.0	–

Tabelle 3: Zählraten für Histogram

Z_i ... Zählraten- Interwall mit $\delta Z_i = 10$
N_i ... Anzahl der Messungen innerhalb des Interwalls
ΔN_i ... Fehler $\sqrt{N_i}$ von N_i

Intervall Z_i	N_i	ΔN_i
1055.0	1.0	1.0
1065.0	0.0	1.0
1075.0	3.0	1.7
1085.0	3.0	1.7
1095.0	4.0	2.0
1105.0	4.0	2.0
1115.0	7.0	2.6
1125.0	9.0	3.0
1135.0	17.0	4.1
1145.0	24.0	4.9
1155.0	26.0	5.1
1165.0	23.0	4.8
1175.0	35.0	5.9
1185.0	28.0	5.3
1195.0	24.0	4.9
1205.0	33.0	5.7
1215.0	21.0	4.6
1225.0	6.0	2.4
1235.0	7.0	2.6
1245.0	5.0	2.2
1255.0	5.0	2.2
1265.0	5.0	2.2
1275.0	1.0	1.0
1285.0	1.0	1.0
1295.0	2.0	1.4

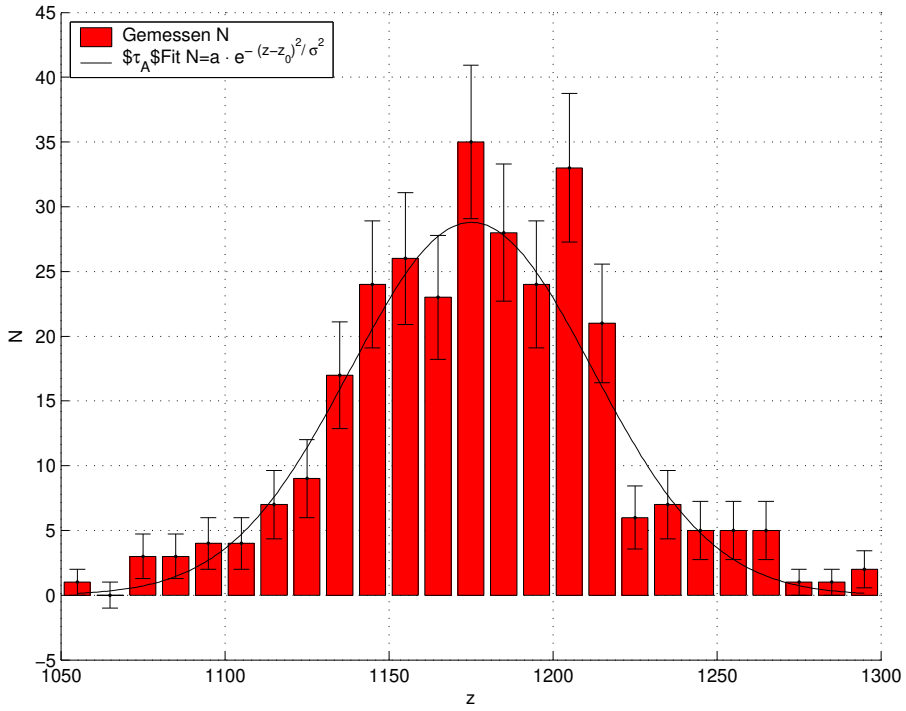

Abbildung 4: Histogramm zur Zählratenverteilung

2.5 Zählrohr charakteristik

Im Geiger- Müller Bereich ist die Zählrate immer noch leicht von der Betriebsspannung abhängig. Die Abhägigkeit ist linear. Es wurde die Zählrate bei einer fixen Geometrie des Versuchs abhängig von der Betriebsspannung gemessen. Im Geiger Müller Bereich wurde dann ein linearer Fit durchgeführt. Leider hatten wir vergessen den Korrekturfaktor bei verschiedenen Spannungen zu messen. Es wird hier daher der Korrekturfaktor für 500V verwendet.
Für den Linearfit

$$n = a + b \cdot U \tag{14}$$

bekommt man:

- $a = 1036 \pm 15$
- $b = (0.26 \pm 0.03)/[V]$
- $\chi^2 = 83$

Tabelle 4: Zählrohrcharakteristik

U ... Betriebsspannung in V
$n1$ ... unkorrigierter Zählerstand 1
$n2$ ... unkorrigierter Zählerstand 2
$n3$ ... unkorrigierter Zählerstand 3
n ... korrigierter Mittelwert der Zählerstande
Δn ... unkorrigierte Standartabweichung aus n1,n2,n3

U	$n1$	$n2$	$n3$	n	Δn
340.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
350.0	0.5	0.0	0.0	0.2	0.2
360.0	369.5	54.5	265.4	229.8	131.1
370.0	784.9	775.0	790.4	783.4	6.4
380.0	886.1	891.4	888.7	888.7	2.2
390.0	934.0	941.4	940.9	938.8	3.4
400.0	968.8	962.2	964.4	965.1	2.7
410.0	1012.1	1024.9	1007.0	1014.7	7.5
420.0	1056.8	1057.3	1052.8	1055.6	2.0
430.0	1116.2	1102.1	1108.2	1108.8	5.8
440.0	1128.9	1126.4	1114.2	1123.1	6.4
450.0	1137.0	1149.0	1143.2	1143.1	4.9
460.0	1152.6	1152.5	1133.6	1146.2	8.9
470.0	1151.2	1129.9	1162.3	1147.8	13.4
480.0	1184.8	1167.7	1146.5	1166.3	15.7
490.0	1147.3	1170.3	1178.2	1165.2	13.1
500.0	1170.7	1153.2	1130.0	1151.3	16.7
510.0	1188.3	1175.7	1166.3	1176.8	9.0
520.0	1179.2	1164.8	1198.0	1180.7	13.6
530.0	1185.3	1189.1	1185.1	1186.5	1.8
540.0	1190.1	1188.6	1171.3	1183.3	8.5
550.0	1169.3	1191.1	1176.8	1179.1	9.0
560.0	1171.6	1187.5	1185.1	1181.4	7.0
570.0	1168.1	1178.9	1183.1	1176.7	6.3
580.0	1172.4	1190.1	1176.8	1179.8	7.5
590.0	1169.5	1182.4	1198.9	1183.6	12.0
600.0	1179.4	1186.6	1181.6	1182.5	3.0

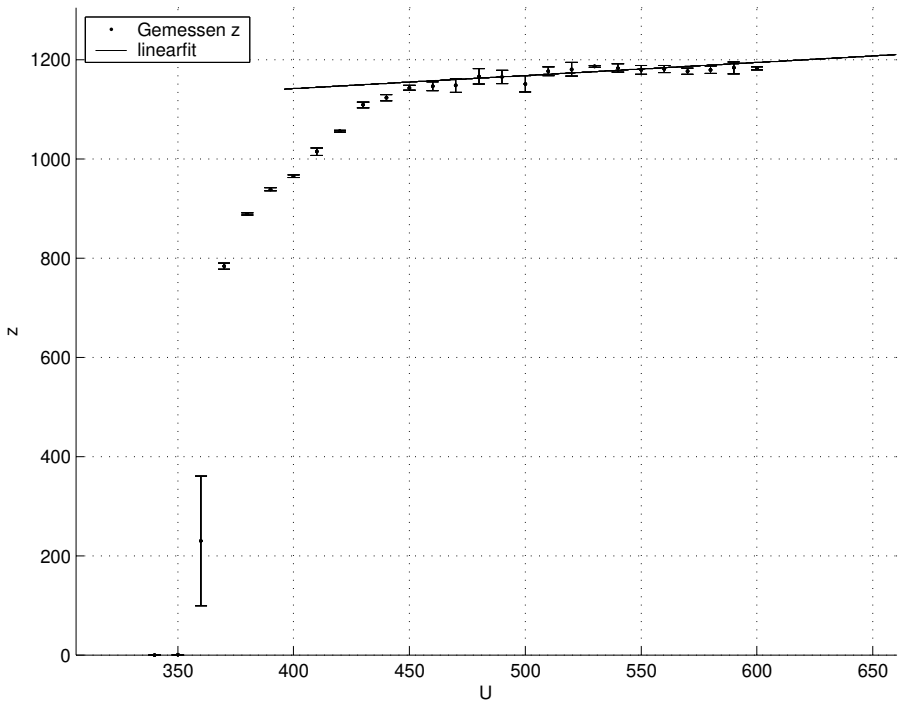

Abbildung 5: Zählrohrcharakteristik mit Linearfit im Geiger- Müler- Bereich

2.6 β^- Energiespektrum

Bei diesem Versuch geht es um die Energieverteilung der β^- Teilchen. Um die Teilchen einer besstimmten Energie herauszufiltern verwenden wir ein homogenes Magnetfeld. Das Magnetfeld in der Größenordnung von 300 mT wird von einer großen Spule mit einem Eisenkern erzeugt. In einem variablen Luftspalt zwischen den Polen des Eisenkerns gibt es ein homogenes Magnetfeld. Das Magnetfeld steht senkrecht auf die Flugbahn der β^- Teilchen. Die Flugbahn ist wegen der Lorentzkraft kreisförmig.

$$F = e \cdot v \cdot B \tag{15}$$

für die Zentrifugalkraft gilt gleichzeitig

$$F = \frac{pv}{r} \tag{16}$$

damit lässt sich der Impuls abhängig von dem B- Feld ausrechen

$$p = e \cdot B \cdot r \tag{17}$$

Wegen der hohen Geschwindigkeit muss relativistisch gerechnter werden

$$p = \gamma \cdot m_0 \cdot v \tag{18}$$

mit

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{19}$$

$$\beta = \frac{v}{c} \tag{20}$$

Für die gesammtenergie gilt

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} \tag{21}$$

Für die kinetische Energie

$$E_K = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} - m_0 c^2 \tag{22}$$

Mit $c = 1$, E und p in [MeV], B in [T] gilt

$$p = 0.3 \cdot B \cdot r \tag{23}$$

der Kuriewert k:

$$k = \sqrt{\frac{z}{p^3}} \tag{24}$$

Im Kurie Plot wird k über die Gesamtenergie E Geplottet. k ist für die Einzelnen Zerfallskomponenten linear in E. Es lässt sich so leicht ein mehrfacher Linearfit durchführen. Für 2 Zerfallskomponenten lautet die Fitformel:

$$n = Ka \cdot (E_{a0} - E) + Kb \cdot (E_{b0} - E) \tag{25}$$

Wichtig sind die beiden Maximalenergien E_{a0} und E_{b0}. Sie entsprechen der Energiedifferenz der Atomkerne vor und nach dem Zerfall.

2.6.1 Bestimmung des Radius der Teilchenflugbahn

Für die Berechnung des Impulses ist der genaue Wert des Radius der Teilchenflugbahn wichtig. Er ergibt sich aus der Geometrischen Anordnung. Die Teilchen können unter verschiedenen Winkeln aus dem Kollimator austreten und im Zählrohr landen.
Ergebnisse:

- $r = (3.4 \pm 0.6) cm$

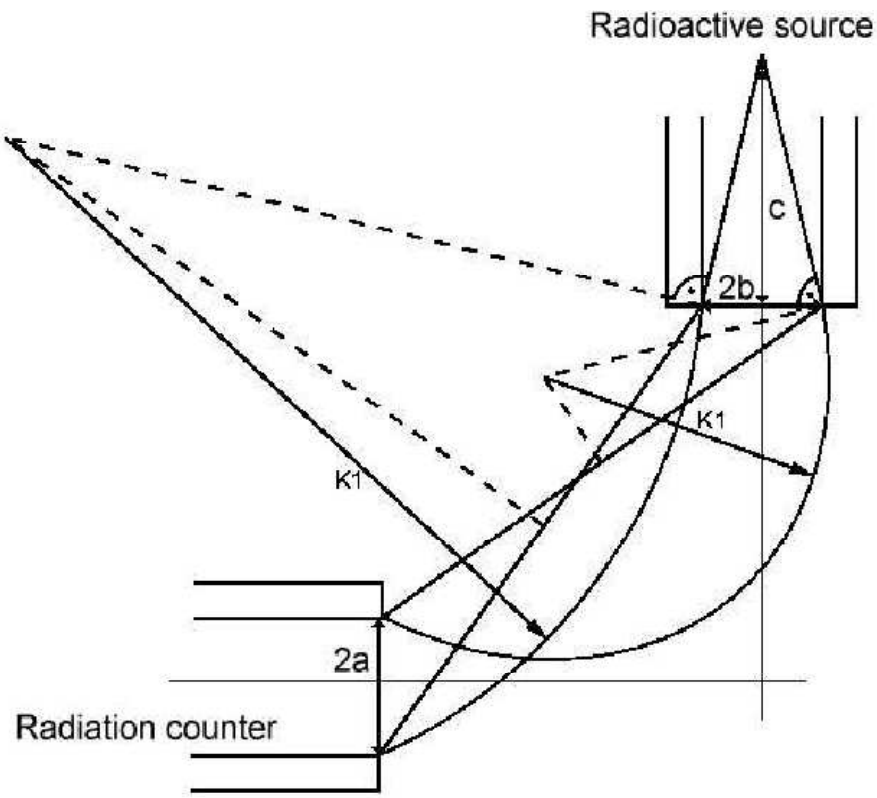

Abbildung 6: Möglicher Radius der Teilchenflugbahn

2.6.2 β^- Energiespektrum Messung

Bei diesem Versuch wurden bei $U = 500V$ und $\Delta t = 10s$ die Zählraten abhängig von der Magnetischen Feldstärke B aufgenommen. Das B Feld im Luftspalt wurde mit einem Teslameter bestimmt. Das B Feld wurde mit der Stromstärke in den Spulen eingestellt. Für genauere werte und zur bestimmung der Standartabweichung wurde die Zählrate 5 bzw. 10 mal für jedes B- Feld gemessen.
Dann wurde die Spule umgepolt, so dass die β^- Teilchen in die andere Richtung abgelenkt wurden. Es wurde der Counter auf Dauermessung eingestellt und über einen langen Zeitraum die Hintergrundstrahlung gemessen.

Auswertung: Von den Zählwerten wurde die Hintergrundstrahlung subtrahiert. Dann nach Gl.(23) der Impuls, daraus nach Gl.(21) die Gesamtenergie des β^- Teilchens bestimmt. Mit hilfe des Kurieplots wurden die E_0 ausgerechnet.
Hintergrundstrahlung:

- $n_{Hintergrund} = 40593 \pm 201$ bei $\Delta t = 4351s$

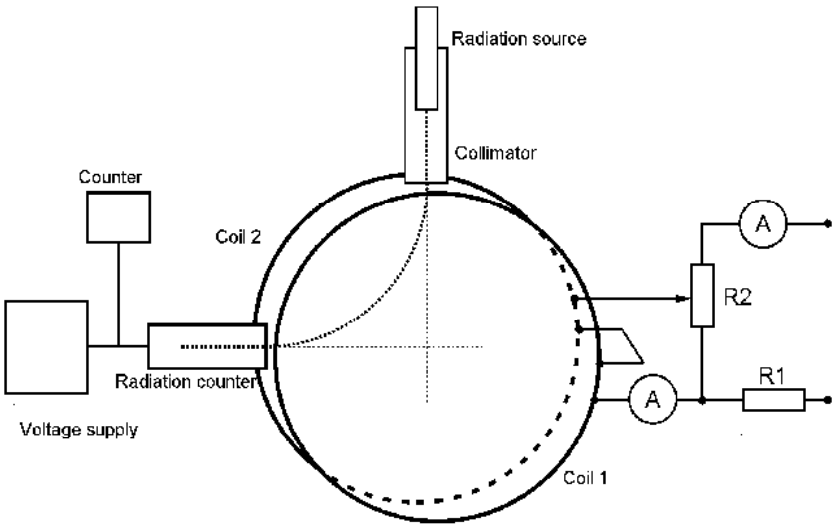

Abbildung 7: Versuchsanordnung für Messung des β^- Spektrums

- $n_{Hintergrund} = 93.4 \pm 0.5$ umgerechnet für $\Delta t = 10s$

Ergebnisse:

- $E_{a0} = (1.49 \pm 0.08) MeV$ ... konnte nicht zugeordnet werden
- $E_{b0} = (3.04 \pm 0.06) MeV$ ... entspricht Bi214 zu Po214 (literaturwert 3.272 MeV)
- $\chi^2 = 1.28$

Tabelle 5: β^- Energiespektrum

B ... Magnetische Flussdichte in mT
$n1 - n10$ ... unkorrigierte Zählerstande bei beginentsprechendem B

$B/[mT]$	$n1$	$n2$	$n3$	$n4$	$n5$	$n6$	$n7$	$n8$	$n9$	$n10$
10.0	95.4	115.2	91.8	78.7	105.4	–	–	–	–	–
20.0	102.8	93.2	99.5	98.5	99.0	–	–	–	–	–
30.0	105.1	90.6	102.7	116.3	103.1	–	–	–	–	–
40.0	122.5	113.3	111.9	103.7	120.5	–	–	–	–	–
50.0	137.5	132.2	158.2	142.5	141.4	–	–	–	–	–
60.0	173.7	178.7	174.3	194.5	184.3	–	–	–	–	–
70.0	174.9	169.9	175.4	195.0	194.9	–	–	–	–	–
80.0	202.0	231.7	197.4	170.0	216.6	–	–	–	–	–
90.0	205.8	202.2	228.8	210.5	228.4	–	–	–	–	–
100.0	202.9	176.9	215.5	190.8	205.0	–	–	–	–	–
110.0	165.6	184.4	175.9	200.7	176.7	–	–	–	–	–
120.0	160.2	169.0	178.7	180.7	163.3	–	–	–	–	–
130.0	172.7	177.1	189.3	156.1	164.8	–	–	–	–	–
140.0	159.3	147.0	139.9	151.4	150.0	–	–	–	–	–
150.0	176.7	140.5	139.0	164.3	129.3	–	–	–	–	–
160.0	140.5	141.6	163.2	155.5	148.2	–	–	–	–	–
170.0	142.2	138.2	146.6	135.1	130.8	–	–	–	–	–
180.0	155.3	145.4	147.5	133.8	113.0	–	–	–	–	–
190.0	142.1	127.5	151.0	127.2	122.6	–	–	–	–	–
200.0	135.5	136.5	129.1	126.5	138.5	–	–	–	–	–
210.0	123.9	129.2	130.3	144.2	141.3	138.0	111.5	145.7	145.7	138.4
220.0	120.4	134.9	120.3	147.0	125.9	118.5	130.6	123.2	120.5	98.1
230.0	132.5	143.2	115.9	142.3	102.5	124.8	115.0	107.7	107.7	100.8
240.0	130.9	112.7	109.2	123.8	96.3	125.4	116.0	116.0	116.0	112.6
250.0	106.6	104.8	118.0	96.4	116.4	104.5	117.7	111.1	111.1	116.9
260.0	106.6	102.0	121.1	114.4	122.9	112.9	113.0	105.4	105.4	98.0
270.0	111.1	84.7	93.1	102.7	118.5	103.3	102.0	110.3	110.3	103.6

Tabelle 6: β^- Energiespektrum

B ... Magnetische Flussdichte in mT
ΔB ... Standartabweichung der Magnetischen Flussdichte in mT
n ... korrigierter Mittelwert der Zählerstande ohne Hintergrundstrahlung
Δn ... Standartabweichung von n
p ... Impuls nach Gl. (23) in MeV
Δp ... Standartabweichung von p in MeV
E ... Gesamtenergie nach Gl.(21) in MeV
ΔE ... Standartabweichung von E in MeV
k ... Kuriewert nach Gl.(24) in $MeV^{\frac{3}{2}}$
Δk ... Standartabweichung von k in $MeV^{\frac{3}{2}}$

$B/[mT]$	ΔB	n	Δn	$p/[MeV]$	Δp	$E/[MeV]$	ΔE	$k/[MeV]^{\frac{3}{2}}$	Δk
10.0	0.2	3.9	12.4	0.1	0.0	0.5	0.0	60.5	114.3
20.0	0.4	5.1	3.1	0.2	0.0	0.6	0.0	24.6	14.7
30.0	0.6	10.1	8.2	0.3	0.1	0.6	0.0	18.8	13.1
40.0	0.8	21.0	6.7	0.4	0.1	0.7	0.1	17.6	8.0
50.0	1.0	48.9	8.7	0.5	0.1	0.7	0.1	19.2	7.4
60.0	1.2	87.7	7.7	0.6	0.1	0.8	0.1	19.6	6.6
70.0	1.4	88.6	10.8	0.7	0.1	0.9	0.1	15.6	5.5
80.0	1.6	110.1	20.6	0.8	0.2	1.0	0.1	14.2	5.5
90.0	1.8	121.7	11.3	0.9	0.2	1.1	0.2	12.5	4.3
100.0	2.0	104.8	13.3	1.0	0.2	1.1	0.2	9.9	3.6
110.0	2.2	87.2	11.7	1.1	0.2	1.2	0.2	7.9	2.8
120.0	2.4	76.9	8.2	1.2	0.2	1.3	0.2	6.5	2.3
130.0	2.6	78.6	11.2	1.3	0.3	1.4	0.2	5.8	2.1
140.0	2.8	56.1	6.3	1.4	0.3	1.5	0.3	4.4	1.5
150.0	3.0	56.5	17.7	1.5	0.3	1.6	0.3	4.0	1.8
160.0	3.2	56.4	8.6	1.6	0.3	1.7	0.3	3.6	1.3
170.0	3.4	45.2	5.5	1.7	0.3	1.8	0.3	2.9	1.0
180.0	3.6	45.6	14.7	1.8	0.4	1.9	0.3	2.7	1.2
190.0	3.8	40.6	10.7	1.9	0.4	2.0	0.4	2.4	1.0
200.0	4.0	39.8	4.6	2.0	0.4	2.1	0.4	2.2	0.8
210.0	4.2	41.4	10.5	2.1	0.4	2.2	0.4	2.1	0.9
220.0	4.4	30.5	12.0	2.2	0.4	2.3	0.4	1.6	0.8
230.0	4.6	25.8	15.0	2.3	0.5	2.4	0.5	1.4	0.8
240.0	4.8	22.5	9.1	2.4	0.5	2.5	0.5	1.2	0.6
250.0	5.0	16.9	6.9	2.6	0.5	2.6	0.5	1.0	0.5
260.0	5.2	16.7	7.7	2.7	0.5	2.7	0.5	0.9	0.5
270.0	5.4	10.5	9.2	2.8	0.5	2.8	0.5	0.7	0.5

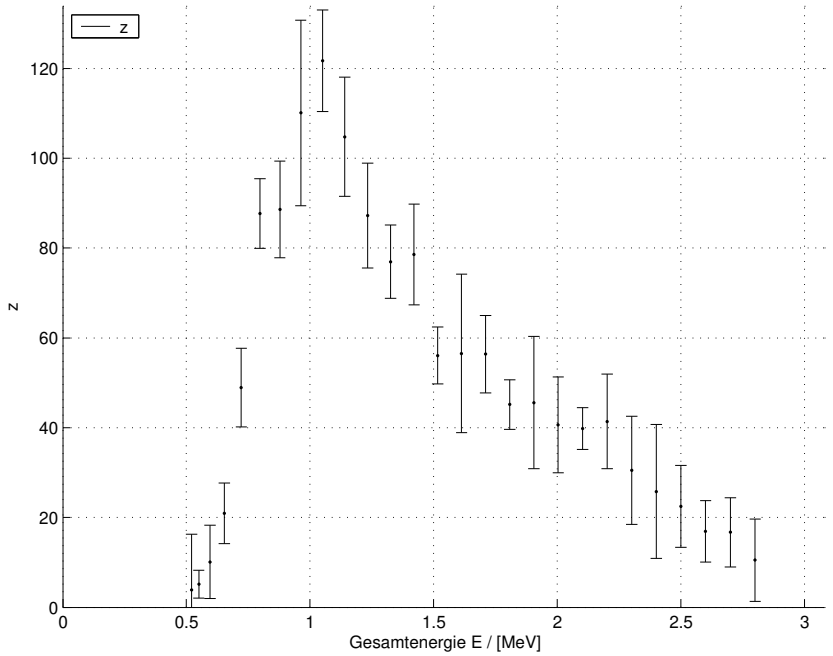

Abbildung 8: β^- Spektrum

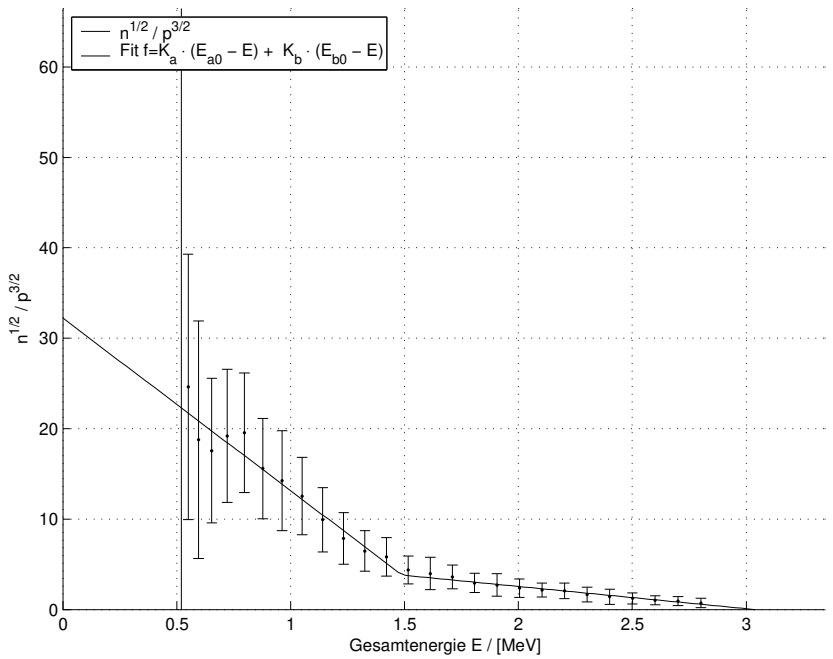

Abbildung 9: Kurie- Plot

2.7 Absorption in Aluminium

Bei diesem versuch wurden vor die radioaktive Probe Aluminiumplätchen verschiedener Dicke gestellt. Betriebsspannung U war 500V, die Messperiode $\Delta t = 10s$. Die Entfernung der Probe zum Zählrohr wurde so angepasst, das die Zählrate ohne Aluminium ungefähr 1000 betrug. Abhängig von der Dicke d wurde die Zählrate gemessen.

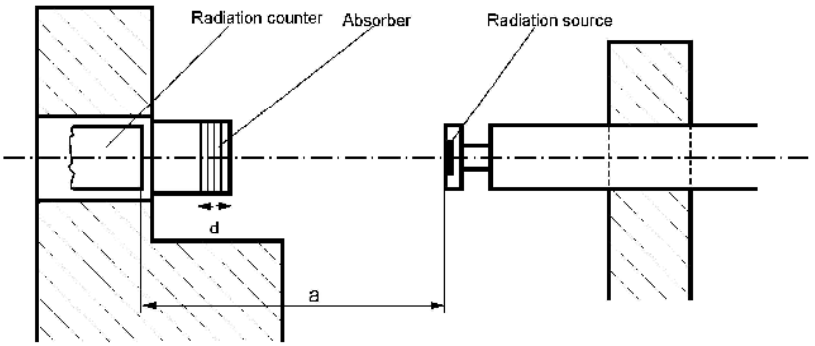

Abbildung 10: Versuchsanordnung für Absorptionskennlinie

Diese Absorptionskennlinie wurde dann mit

n	... Zählwert
a_1	... Röntgenstrahlungs- Untergrund
a_2	... Strahlungsstärke der 1. Zerfallskomponente
a_3	... Strahlungsstärke der 2. Zerfallskomponente
μ_1	... Absorptionskoeffizient der 1. Zerfallskomponente
μ_2	... Absorptionskoeffizient der 2. Zerfallskomponente
d	... Dicke des Aluminiumplätchens

$$n = a_1 + a_2 \cdot exp(-\mu_1 \cdot d) + a_3 \cdot exp(-\mu_2 \cdot d) \tag{26}$$

gefittet. Aus den Absorptionskoeffizient lassen sich die Zerfallsenergien berechnen. Nach der empirischen Formel von Thontadarya und Umakantha gilt:

$$\frac{\mu}{\rho} = 17.6 E_0^{-1.39} \tag{27}$$

damit

$$E_0 = (\frac{\mu}{\rho})^{1.39} \tag{28}$$

mit

- $\frac{\mu}{\rho}$ in cm^2/g

- $\rho_{Aluminium} = 2.7 g/cm^2$
- E_0 in MeV

Ergebnisse:

- $\mu_1 = (14 \pm 2) cm^{-1}$
- $\mu_2 = (2.3 \pm 0.1) cm^{-1}$
- $\chi^2 = 52$

Nach Gl. (28) Berechnete Energien:

- $E_{c0} = (10 \pm 2) MeV$ ... konnte nicht zugeordnet werden.
- $E_{d0} = (0.8 \pm 0.2) MeV$ ... enspricht Pb214 nach Bi214 (Literaturwert $E_0 = 1.024 MeV$)

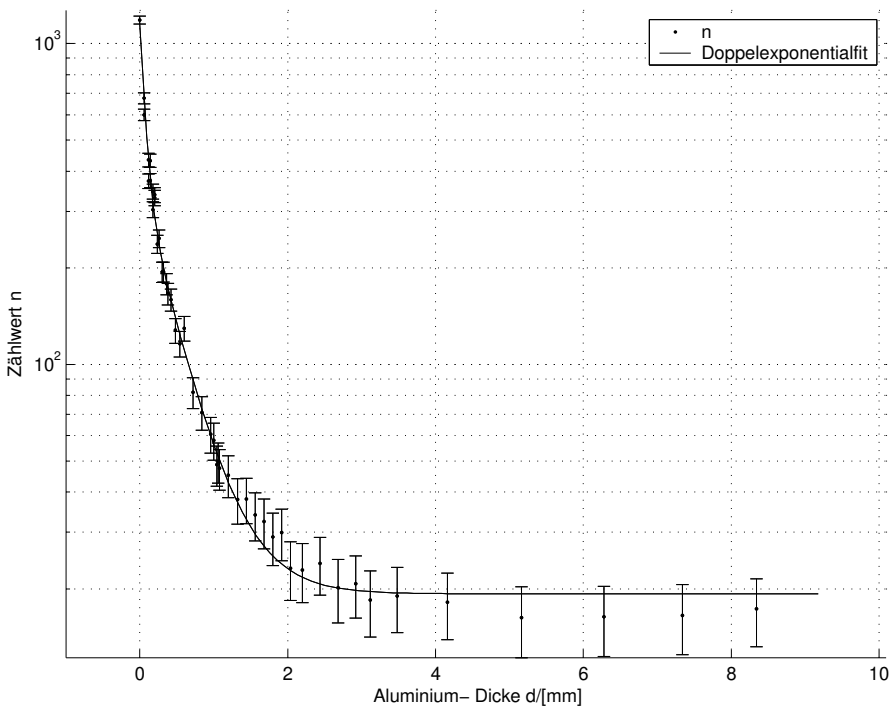

Abbildung 11: Absorptionskennlinie. $\Delta d = 0.01 mm$

Tabelle 7: β^- Energiespektrum

d ... Dicke der Aluminiumplätchen in mm
n ... korrigierter Zählwert
$n1$ ... standartabweichung des korrigierten Zählwerts

$d/[mm]$	n	dn
0.0	1183.1	34.4
0.1	599.1	24.5
0.1	675.1	26.0
0.1	372.2	19.3
0.1	433.5	20.8
0.1	374.5	19.4
0.1	431.3	20.8
0.2	303.7	17.4
0.2	345.5	18.6
0.2	330.5	18.2
0.2	337.6	18.4
0.2	237.3	15.4
0.3	247.0	15.7
0.3	194.1	13.9
0.3	194.5	13.9
0.4	178.3	13.4
0.4	166.2	12.9
0.4	159.0	12.6
0.5	127.8	11.3
0.5	116.1	10.8
0.6	129.5	11.4
0.7	81.9	9.0
0.8	70.9	8.4
1.0	60.7	7.8
1.0	57.9	7.6
1.0	48.7	7.0
1.1	49.8	7.1
1.1	47.5	6.9
1.2	45.2	6.7
1.3	37.9	6.2
1.4	38.0	6.2
1.6	34.0	5.8
1.7	32.4	5.7
1.8	29.0	5.4
1.9	29.9	5.5
2.0	23.2	4.8
2.2	22.9	4.8
2.4	24.0	4.9
2.7	20.2	4.5
2.9	20.8	4.6
3.1	18.5	4.3
3.5	19.0	4.4
4.2	18.2	4.3
5.2	16.2	4.0
6.3	16.3	4.0
7.3	16.5	4.1
8.3	17.3	4.2

3 Fehlerbetrachtung

3.1 Fits

Die Fits für das Histogram Abb. (4) und das Kurie Diagram Abb. (9) wurden nach der Newton- Gaus- Markquardt berechnet. Für die Zählrohrcharakteristik Abb. (5) wurde ein linear in den Parametern Fit angewandt.

3.2 Zählwerte

Standartabweichung der Zählwerte: gehorcht der Poissonverteilung

$$\Delta n = \sqrt{n} \tag{29}$$

Standartabweichung der Zählraten:

$$\Delta z = \frac{\sqrt{n}}{\Delta t} \tag{30}$$

mit korrigierten Zählwerten n.

3.3 Teslameter

Der Fehler von der gemessenen Magnetischen Feldstärke beträgt 2%.

$$\Delta B = 0.02 \cdot B \tag{31}$$

3.4 Zählrohr Korrekturfaktor

Die Zeiten wurden mit dem Oszilloskop gemessen, mit $Div = 50\mu s$ und Ablesefehler von $0.2Div$ daher $\Delta t = 10\mu s$.

3.5 Aluminiumdicke

Die Dicke der Aluminiumplätchen wurde mit einem Mikrometer gemessen. $\Delta d = 0.01mm$

3.6 β^- Energiespektrum

Fehler vom Korrigierten Zählwert ohne Hintergrundstrahlung

$$\Delta n_{ohneHintergrund} = \sqrt{\Delta n^2_{mitHintergrund} + \Delta n^2_{Hintergrund}} \tag{32}$$

Fehler von Gl. (23)

$$\Delta p = 0.3r\Delta B + 0.3B\Delta r \tag{33}$$

Fehler von Gl. (21)

$$\Delta E = p\Delta p(p^2c^2 + m_0^2c^4)^{-\frac{1}{2}} \tag{34}$$

Fehler von Gl. (24)

$$\Delta k = \frac{1}{2}\frac{n^{-\frac{1}{2}}}{p^{\frac{3}{2}}}\Delta n + \frac{3}{2}\frac{\sqrt{n}}{p^{\frac{5}{2}}}\Delta p \tag{35}$$

3.7 β^- Absorptionskennlinie

Fehler von Gl. (28)

$$\Delta E_0 = 1.39 \cdot (\frac{\mu}{\rho})^{0.39} \cdot \Delta\mu \tag{36}$$

4 Zusammenfassung

4.1 Statistische Zählratenverteilung

Bei mittleren Zählwerten von 1175 stimmten der Fehler nach der Poissonverteilung und die Standartabweichung der Gauskurwe gut überein.

- $\sqrt{n} = 34.28 \pm 0.03$
- $\sigma_{Gaus} = 36.87 \pm 0.05$

4.2 Zählrohrcharakteristik

Die Zählrate hängt auch im Geiger- Müller- Bereich von der Spannung ab.

$$n(U) = a + b \cdot U \tag{37}$$

- $a = 1036 \pm 15$
- $b = (0.26 \pm 0.03)V^{-1}$

Leider hatten wir den Korrekturfaktor des Zählrohrs nur bei 500V gemessen. Deshalb wird die Zählrohrcharakteristik nicht sehr gut stimmen.

4.3 β^- Energiespektrum

Mit dem Kurieplot wurden folgende Gesammtenergien von zwei β^- Zerfallsprozessen bestimmt.

- $E_{a0} = (1.49 \pm 0.08)MeV$ ... konnte nicht zugeordnet werden
- $E_{b0} = (3.04 \pm 0.06)MeV$ ... entspricht Bi214 zu Po214 (literaturwert 3.272 MeV)

4.4 Absorptionskennlinie

Aus der Absorptionskennlinie konten ebenfalls 2 Gesamtenergien bestimmt werden.

- $E_{c0} = (10 \pm 2)MeV$ ... konnte nicht zugeordnet werden.
- $E_{d0} = (0.8 \pm 0.2)MeV$ ... enspricht Pb214 nach Bi214 (Literaturwert $E_0 = 1.024MeV$)