Datenstrukturen & Algorithmen, WS 1999/2000

Vorlesungsprüfung

1. Februar 2000

Es sind keinerlei Unterlagen und Hilfsmittel zugelassen. Zeit: 90 min

Notenschlüssel: Genügend ab 11 Punkten, Befriedigend ab 13 Punkten, Gut ab 15 Punkten, Sehr gut ab 17 Punkten. [20 Punkte möglich]

1. (a) Welche Sortieralgorithmen eignen sich besonders gut für Daten, die bereits teilweise vorsortiert sind? [2 Punkte]

   (b) Wie stark muß die Vorsortierung sein, damit sich ein Vorteil gegenüber MERGE-SORT ergibt? Geben Sie eine geeignete Kenngröße für die Vorsortiertheit an, und beantworten Sie die Frage für jeden der unter (a) angegebenen Algorithmen. [3 Punkte]

2. Ein lineares Feld `A[1..`n`]` soll so umgeordnet werden, daß im ersten Teil des Feldes alle negativen Zahlen stehen, im mittleren Teil alle Nullen und im letzten Teil alle positiven Zahlen. Eine korrekte Umordnung des Feldes `[3 -3 0 -4 1 0 4 4 0 0]` ist z.B. `[-3 -4 0 0 0 3 1 4 4]`.

   Beschreiben Sie einen Algorithmus, der eine solche Umordnung durchführt ohne zusätzlichen Speicher zu verwenden (außer Indizes und Zählvariablen). Der Aufwand des Algorithmus soll linear in n sein. [5 Punkte]

3. Beantworten Sie die folgenden Fragen für eine Hashtabelle mit offener Adressierung bei f freien, b belegten, und w wiederfreien Plätzen:

   (a) Wie groß ist der erwartete Suchaufwand nach einem Schlüssel, der nicht gefunden wird? [2 Punkte]

   (b) Wie groß ist der erwartete Aufwand für das Einfügen eines Schlüssels, wenn bekannt ist, daß dieser Schlüssel noch nicht in der Hashtabelle enthalten ist? [3 Punkte]

4. Gegeben seien zwei Felder `A[1..`n`]` und `S[1..`k`]` positiver ganzer Zahlen. Es soll überprüft werden, ob das Feld `A` so in Blöcke `A[1..`i_1`]`, `A[`i_1+1`..`i_2`]`, ..., `A[`i_m+1`..`n`]` zerlegt werden kann, daß die Summe der Elemente jedes Blocks eine Zahl in `S` ergibt.

   Beispiel: Wenn `S=[11 17 13]` und `A=[5 6 6 5 2 5 5]`, dann entspricht die Aufteilung `[5 6][6 5 2][5 5]` nicht den Anforderungen, da die Summe des letzten Blocks (=10) nicht in `S` vorkommt. Die Summen der anderen beiden Blöcke (11 und 13) sind in Ordnung. Eine korrekte Aufteilung ist [5 6 6][5 2 5 5], wobei beide Summen 17 ergeben.

   Geben Sie einen Algorithmus (Pseudocode!) an, der berechnet, ob eine korrekte Aufteilung möglich ist. Verwenden Sie dynamisches Programmieren, indem Sie

   $$\mathtt{K[i]} = \begin{cases} 1 & \text{es ist eine korrekte Aufteilung des Teilfeldes } \mathtt{A[1..i]} \text{ möglich} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

   berechnen. Geben Sie den Aufwand Ihres Algorithmus an. Der Aufwand Ihres Algorithmus sollte nicht größer als $O(kn^2)$ sein. Schnellere Algorithmen erhalten Zusatzpunkte. [5 Punkte]