Grundlagen elektrischer Netzwerke
Rechenübungen

Übung 3
Nichtlienare Strom/Spannungsbeziehungen

Koren Mitja
Köberl Markus
Schöberl Susanne

Betreuerin: Dipl.-Ing. Ulrike Baumgartner
Datum: 18.11.2004

Inhaltsverzeichnis

a Verlauf von u(i) zwischen i=0A und i=500mA

a.1 Aufgabenstellung

Skizzieren Sie den Verlauf von $u(i)$ maßstäblich zwischen $i = 0A$ und $i = 500mA$.

a.2 Berechnung

$$U_0 = 4V \quad I_0 = 200mA \quad u = U_0 \left(\frac{i}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}}$$

Einige Werte für $u(i)$	
$i[mA]$	$u[V]$
0	0
100	0.6300
200	4.0000
300	11.7933
400	25.3984
500	46.0504

a.3 Darstellung

Das Signal ist nicht linear.
Kreis: Arbeitspunkt
Die Grafiken wurden mit Matlab erstellt (Matlabcode im Anhang).

b Beschalten der Bauelemente

b.1 Aufgabenstellung

Beschalten Sie das Bauelement mit

$$i\,(t) = I_G + \delta_i = I_G + \hat{I} \cdot sin\,(\omega t) = 150mA + 4.7mA \cdot sin\,(\omega t) \tag{1}$$

Linearisieren Sie nun das Verhalten des Bauelementes im Arbeitspunkt AP mittels der Taylorreihe

$$u(t) = U_G + \delta_u = u\,(I_G + \delta_i) = ... \tag{2}$$

und stellen Sie $u(t) = U_G + \hat{U} \cdot sin\,(\omega t)$ dar.

b.2 Berechnung

$$i(t) = I_G + \hat{I} sin(\omega t) = 150mA + 4,7mA sin(\omega t)$$

$$u(i) = U_0 \left(\frac{i}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}} \quad u(I_G) = U_0 \left(\tfrac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}}$$

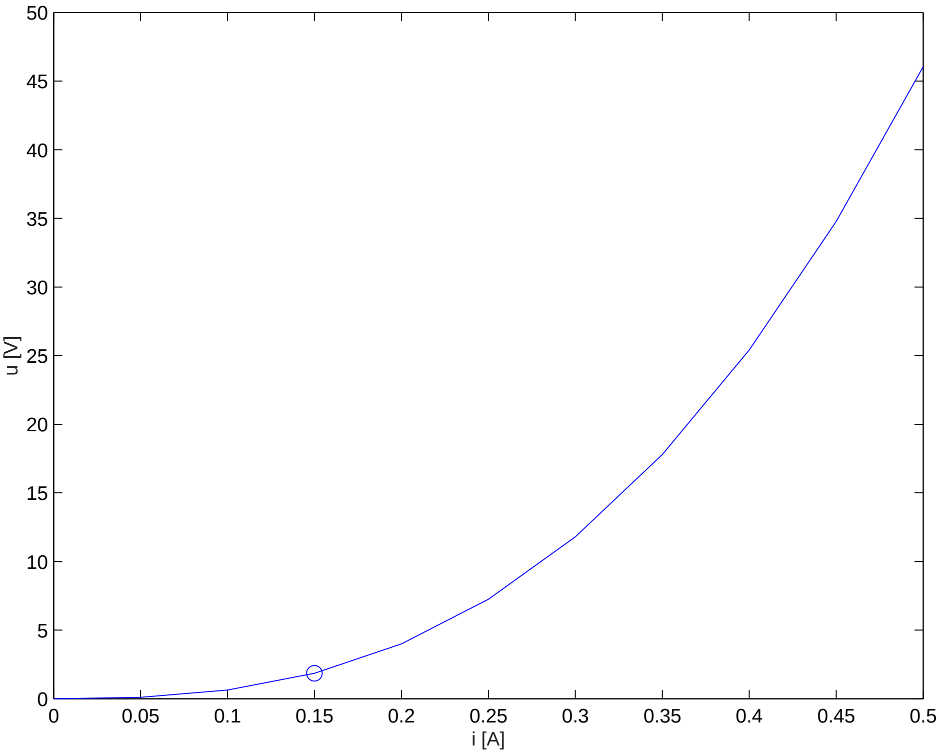

Abbildung 1: $u(i)$ zwischen $i = 0A$ und $i = 500mA$

Allgemeine Taylorreihe

$$y(h+x) = y(h) + y'(h)\frac{1}{1!}x + y''(h)\frac{1}{2!}x^2 + y'''(h)\frac{1}{3!}x^3 + ... \tag{3}$$

Taylorreihe angewand auf u(t)

$$u(t) = u(I_G) + \left.\frac{du}{di}\right|_{I_G} \hat{I}sin\left(\omega t\right) + \left.\frac{d^2u}{di^2}\right|_{I_G} \frac{1}{2}\hat{I}^2 sin^2\left(\omega t\right) + \left.\frac{d^3u}{di^3}\right|_{I_G} \frac{1}{6}\hat{I}^3 sin^3\left(\omega t\right) + ... \tag{4}$$

Berechnung der Ableitungen
Für den linearen Teil:

$$\frac{du}{di} = \frac{8}{3}U_0 \left(\frac{i}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \frac{1}{I_0} = \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{i}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} = \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}}$$

Da für f.) auch der quadratische und der kubische Anteil gefragt sind:

$$\frac{d^2u}{di^2} = \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\frac{5}{3}\left(\frac{i}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{I_0} = \frac{40}{9}\frac{U_0}{I_0^2}\left(\frac{i}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{40}{9}\frac{U_0}{I_0^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{d^3u}{di^3} = \frac{40}{9}\frac{U_0}{I_0^2}\frac{2}{3}\left(\frac{i}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}} \frac{1}{I_0} = \frac{80}{27}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{i}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}} = \frac{80}{27}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}}$$

In Taylorreihe eingesetzt
Die Ergebnisse der Ableitungen werden in die Gleichung (4) eingesetzt.

$$u(t) = U_G + \hat{U}_1 sin\left(\omega t\right) + \hat{U}_2 sin^2\left(\omega t\right) + \hat{U}_3 sin^3\left(\omega t\right) \tag{5}$$

U_G steht dabei für den Gleichanteil, $\hat{U}_1 sin\left(\omega t\right)$ für die Grundschwingung, $\hat{U}_2 sin^2\left(\omega t\right)$ für den quadratischen Anteil und $\hat{U}_3 sin^3\left(\omega t\right)$ für den kubischen Anteil.

$$\begin{aligned} u(t) = U_0 \left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}} + \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \hat{I} sin\left(\omega t\right) + \frac{40}{9}\frac{U_0}{I_0^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{2}\hat{I}^2 sin^2\left(\omega t\right) \\ + \frac{80}{27}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}} \frac{1}{6}\hat{I}^3 sin^3\left(\omega t\right) \end{aligned} \tag{6}$$

Daraus gergibt sich:

$$U_G = U_0 \left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}} \tag{7}$$

$$\hat{U}_1 = \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \hat{I} \tag{8}$$

Für spätere Berechnungen:

$$\hat{U}_2 = \frac{40}{9}\frac{U_0}{I_0^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{2}\hat{I}^2 = \frac{20}{9}\frac{U_0}{I_0^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 \tag{9}$$

$$\hat{U}_3 = \frac{80}{27}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}} \frac{1}{6}\hat{I}^3 = \frac{40}{81}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}} \hat{I}^3 \tag{10}$$

Linearisiertes Verhalten im AP
Für die Linearisierung wird nur der Gleichanteil und die Grundschwingung aus der Gleichung (5) mitberüksichtigt.

$$u(t) = U_G + \hat{U}_1 \cdot sin\left(\omega t\right)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (7) und (8) erhällt man.

$$u(t) = U_0 \left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}} + \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \hat{I} sin\left(\omega t\right) \tag{11}$$

b.3 Darstellung

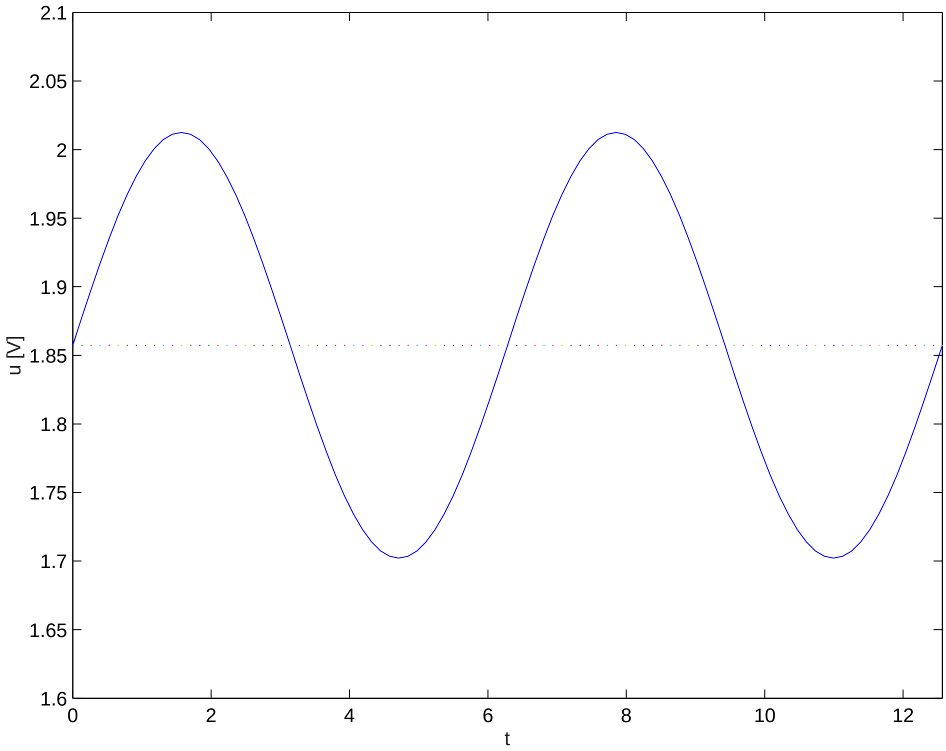

Abbildung 2: $u(t) = U_G + \hat{U} sin(\omega t)$

In Abbildung 2 sind der Gleichanteil und die Grundschwingung zu sehen.
Die Nulllinie des Sinus ist um den Gleichanteil nach oben verschoben.

c Differentieller Widerstand

c.1 Aufgabenstellung

Stellen Sie den differentiellen Widerstand $r_\sim$ als Funktion von I_G dar.

c.2 Berechnung

$$r_\sim (I_G) = \frac{du}{di}\bigg|_{I_G} = \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \tag{12}$$

$$r_\sim (I_G) = \frac{8}{3}\frac{4V}{200mA}\left(\frac{150mA}{200mA}\right)^{\frac{5}{3}} = 33,0193\Omega$$

Einige Werte für $r_\sim(I_G)$	
$I_G[mA]$	$r_\sim[\Omega]$
100	16,7989
200	53,3333
300	104,8297
400	169,3228
500	245,6021

c.3 Darstellung

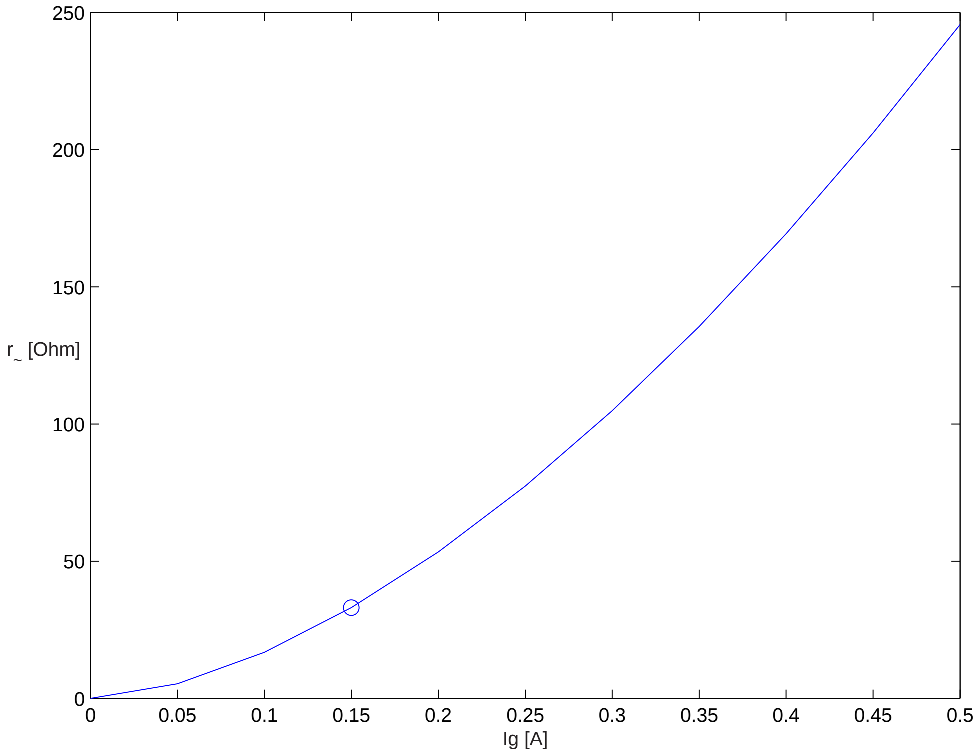

Abbildung 3: $r_\sim$als Funktion von I_G

In der Abbildung 3 ist der differentielle Widerstand in Abhängigkeit von I_G zu sehen. Kreis:Arbeitspunkt

d Arbeitspunkt (Amplitude d. Ausgangssignals 27mV)

d.1 Aufgabenstellung

Welchen Arbeitspunkt (I_G) müssen Sie wählen, damit (unter der Annahme der Linearisierung im AP) die Amplitude $\hat{U}$ des Ausgangssignals gleich $27mV$ wird.

d.2 Berechnung

$$\hat{U} = 27mV \quad I_G =?$$

$$\hat{U} = \hat{I} r_\sim(I_G)$$

Für $r_\sim(I_G)$ einsetzen aus Gleichung (12) :

$$\hat{U} = \hat{I} \frac{8}{3} \frac{U_0}{I_0} \left(\frac{I_G}{I_0} \right)^{\frac{5}{3}}$$

Auflösen nach I_G:

$$\frac{(I_G)^{\frac{5}{3}}}{(I_0)^{\frac{5}{3}}} = \frac{3\hat{U} I_0}{8\hat{I} U_0}$$

$$(I_G)^{\frac{5}{3}} = \frac{3\hat{U}(I_0)^{\frac{8}{3}}}{8\hat{I} U_0}$$

$$(I_G) = \left(\frac{3\hat{U}(I_0)^{\frac{8}{3}}}{8\hat{I} U_0} \right)^{\frac{3}{5}}$$

$$(I_G) = \left(\frac{3 \cdot 27mV \cdot 200^{\frac{8}{3}} mA}{8 \cdot 4,7mA \cdot 4V} \right)^{\frac{3}{5}} = 52,528mA$$

e Verlustleistung P

e.1 Aufgabenstellung

Welche Verlustleistung P verbraucht das Bauelement in diesem Fall?

e.2 Berechnung

$$P = U_G I_G + \frac{1}{2} \hat{U} \hat{I}$$

Durch Einsetzen der Gleichung (7) erhällt man:

$$P = U_0 \left(\frac{I_G}{I_0} \right)^{\frac{8}{3}} I_G + \frac{1}{2} \hat{U} \hat{I} = 4V \left(\frac{52.528mA}{200mA} \right)^{\frac{8}{3}} 52.528mA + \frac{1}{2} \cdot 27mV \cdot 4.7mA = 6,0074mW$$

f Taylorreihenentwicklung mit quadratischen/kubischen Anteil

f.1 Aufgabenstellung

Berücksichtigen Sie bei der Taylorreihenentwicklung (ursprüngliche Angabe) auch den quadratischen und den kubischen Anteil.

f.2 quadratischer Anteil

$$u_2(t) = U_{G2} + \hat{U}_{12} \cdot sin(\omega t) + \hat{U}_{22} \cdot sin(2\omega t + \phi) \tag{13}$$

f.2.1 Berechnung

Für den quadratischen Anteil werden der Gleichanteil, die Grundschwingung und die erste Oberwelle aus Gleichung (5) mitberücksichtigt.

$$u_2(t) = U_G + \hat{U}_1 sin(\omega t) + \hat{U}_2 sin^2(\omega t)$$

$$sin^2\alpha = \frac{1}{2}\left(1 - cos\left(2\alpha\right)\right) = \frac{1}{2}\left(1 - sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\right) \tag{14}$$

Durch die Gleichung (14) ergibt sich:

$$u_2(t) = U_G + \hat{U}_1 sin(\omega t) + \frac{\hat{U}_2}{2} - \frac{\hat{U}_2}{2} sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Zum Gleichanteil des linearen Bereichs wird der Gleichanteil des quadratischen Teils hinzuaddiert.

$$u_2(t) = U_G + \frac{\hat{U}_2}{2} + \hat{U}_1 sin(\omega t) - \frac{\hat{U}_2}{2} sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (7), (8) und (9) erhält man:

$$u_2(t) = U_0 \left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}} + \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 + \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \hat{I} sin(\omega t) - \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$U_{G2} = U_G + \frac{\hat{U}_2}{2} = U_0 \left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}} + \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 \tag{15}$$

$$\hat{U}_{12} = \hat{U}_1 = \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \hat{I} \tag{16}$$

$$\hat{U}_{22} = \frac{\hat{U}_2}{2} = \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 \tag{17}$$

f.2.2 Darstellung

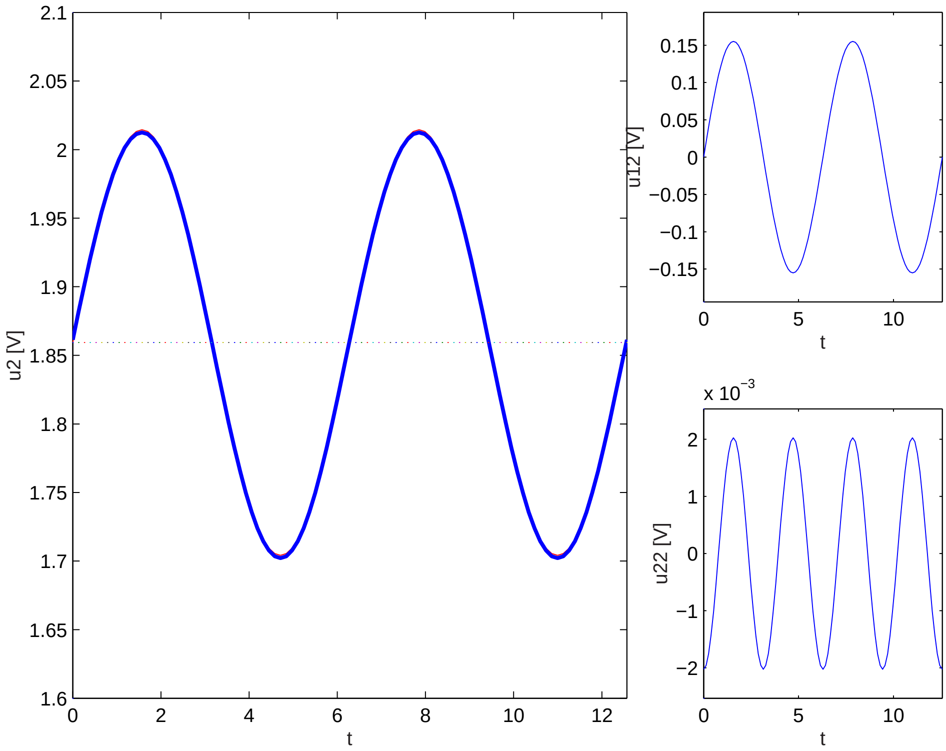

Abbildung 4: Berücksichtigung des quadratischen Anteils

In Abbildung 4 sind der Gleichanteil, die Grundschwingung und die erste Oberwelle zu sehen.
Die Nulllinie ist um den Gleichanteil nach oben verschoben.
blau: Gleichanteil + Grundschwingung + erste Oberwelle.
rot: Gleichanteil + Grundschwingung.
Die linke obere Abbildung zeigt die Grundschwingung, die linke untere die erste Oberwelle.

f.3 kubischer Anteil

$$u_3(t) = U_{G3} + \hat{U}_{13} \cdot sin(\omega t) + \hat{U}_{23} \cdot sin(2\omega t + \phi_1) + \hat{U}_{33} \cdot sin(3\omega t + \phi_2) \tag{18}$$

f.3.1 Berechnung

Für den kubischen Anteil werden der Gleichanteil, die Grundschwingung, die erste und die zweite Oberwelle aus Gleichung (5) mitberücksichtigt.

$$u_3(t) = U_G + \hat{U}_1 sin(\omega t) + \hat{U}_2 sin^2(\omega t) + \hat{U}_3 sin^3(\omega t)$$

$$sin^3\alpha = \frac{1}{4}\left(3sin\alpha - sin\left(3\alpha\right)\right) \tag{19}$$

Durch die Gleichungen (14) und (19) ergibt sich:

$$u_3(t) = U_G + \hat{U}_1 sin(\omega t) + \frac{\hat{U}_2}{2} - \frac{\hat{U}_2}{2} sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\hat{U}_3}{4} 3sin(\omega t) - \frac{\hat{U}_3}{4} sin(3\omega t)$$

Zum Gleichanteil des linearen Bereichs wird der Gleichanteil des quadratischen Teils hinzuaddiert und zur Grundschwingung der Grundschwingungsanteil des kubischen Teils.

$$u_3(t) = U_G + \frac{\hat{U}_2}{2} + \left(\hat{U}_1 + \frac{3\hat{U}_3}{4}\right) sin(\omega t) - \frac{\hat{U}_2}{2} sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{\hat{U}_3}{4} sin(3\omega t)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (7), (8), (9) und (10) erhält man:

$$\begin{aligned} u_3(t) = U_0 \left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}} + \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 + \left(\frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \hat{I} + \frac{10}{27}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}} \hat{I}^3\right) sin(\omega t) \\ -\frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{10}{81}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}} \hat{I}^3 sin(3\omega t) \end{aligned}$$

$$U_{G3} = U_G + \frac{\hat{U}_2}{2} = U_0 \left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}} + \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 \tag{20}$$

$$\hat{U}_{13} = \hat{U}_1 + \frac{3\hat{U}_3}{4} = \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \hat{I} + \frac{10}{27}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}} \hat{I}^3 \tag{21}$$

$$\hat{U}_{23} = \frac{\hat{U}_2}{2} = \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 \tag{22}$$

$$\hat{U}_{33} = \frac{\hat{U}_3}{4} = \frac{10}{81}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}} \hat{I}^3 \tag{23}$$

f.3.2 Darstellung

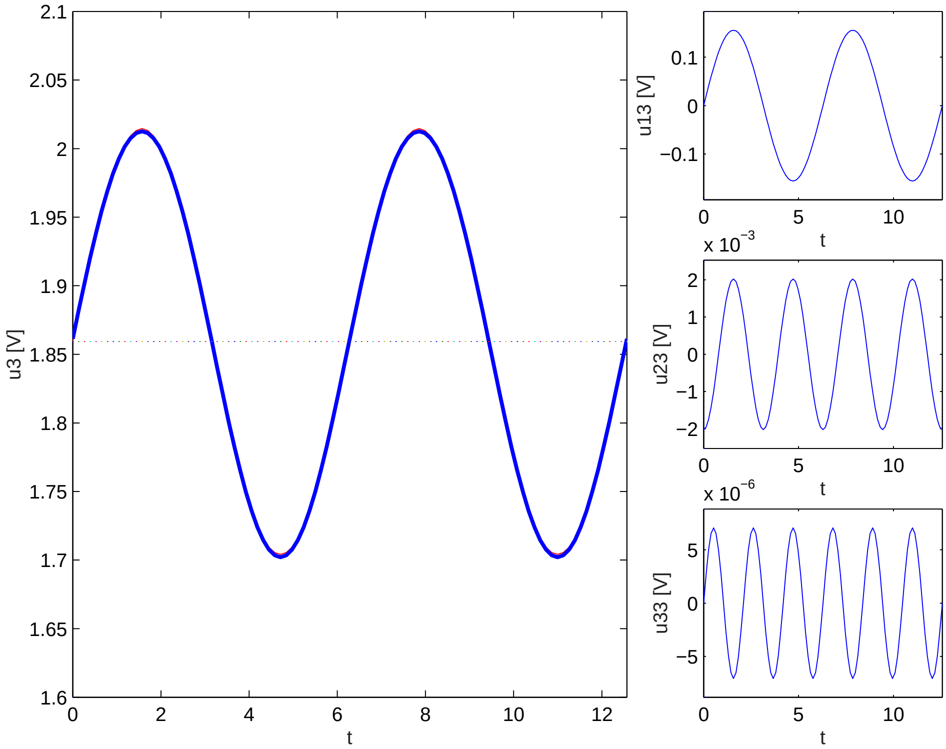

Abbildung 5: Berücksichtigung des kubischen Anteils

In Abbildung 4 sind der Gleichanteil, die Grundschwingung, die erste und die zweite Oberwelle zu sehen.
Die Nulllinie ist um den Gleichanteil nach oben verschoben.
blau: Gleichanteil + Grundschwingung + erste Oberwelle + zweite Oberwelle
rot: Gleichanteil + Grundschwingung.
Die linke obere Abbildung zeigt die Grundschwingung, die linke mittlere die erste Oberwelle und die linke untere die zweite Oberwelle.

g Verhältnis der Amplituden (erste Oberwelle / Grundschwingung)

g.1 Aufgabenstellung

Wenn das Verhältnis der Amplitude der ersten Oberschwingung zur Amplitude der Grundschwingung 1% sein darf, wie groß darf dann $\hat{I}$ maximal sein(für $u_2(t)$)

g.2 Berechnung

In Gleichung (13) entspricht $\hat{U}_{12}$ (16) der Grundschwingung und $\hat{U}_{22}$ (17) der ersten Oberwelle.

Das Verhältnis von $\hat{U}_{12}$ (Gleichung (16))zu $\hat{U}_{22}$ (Gleichung (17)) soll nun 1% betragen.

$$\frac{\hat{U}_{22}}{\hat{U}_{12}} = 0,01$$

Setzt man für $\hat{U}_{12}$ und $\hat{U}_{22}$ die Gleichungen (16) und (17) ein ergibt sich folgender Term:

$$\frac{\hat{U}_{22}}{\hat{U}_{12}} = \frac{\frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}}\hat{I}^2}{\frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}}\hat{I}} = \frac{30\hat{I}^2(I_G)^{\frac{2}{3}}U_0(I_0)^{\frac{8}{3}}}{72\hat{I}(I_G)^{\frac{5}{3}}U_0(I_0)^{\frac{8}{3}}} = \frac{5\hat{I}}{12\hat{I}_G}$$

$$\frac{5\hat{I}}{12\hat{I}_G} = 0,01$$

Gleichung nach $\hat{I}$ auflösen und den Wert für I_G (Aufgabe b) einsetzen.

$$\hat{I} = \frac{12 \cdot I_G \cdot 0,01}{5} = 0,24 I_G = 0,24 \cdot 150mA = 3,6mA$$

h Verschiebung des Arbeitspunktes

h.1 Aufgabenstellung

Wohin müssen sie den $AP(I_G)$ verschieben, damit das Verhältnis der Amplitude der ersten Oberwelle zur Amplitude der Grundschwingung 1% bleibt aber $\hat{I} = 15mA$ ist?

h.2 Berechnung

$$\frac{\hat{U}_{22}}{\hat{U}_{12}} = 0,01\Big|_{\hat{I}=15mA}$$

$$\frac{5\hat{I}}{12\hat{I}_G} = 0,01$$

$$I_G = \frac{5\hat{I}}{12 \cdot 0,01} = 41,66 \cdot 15mA = 625mA \tag{24}$$

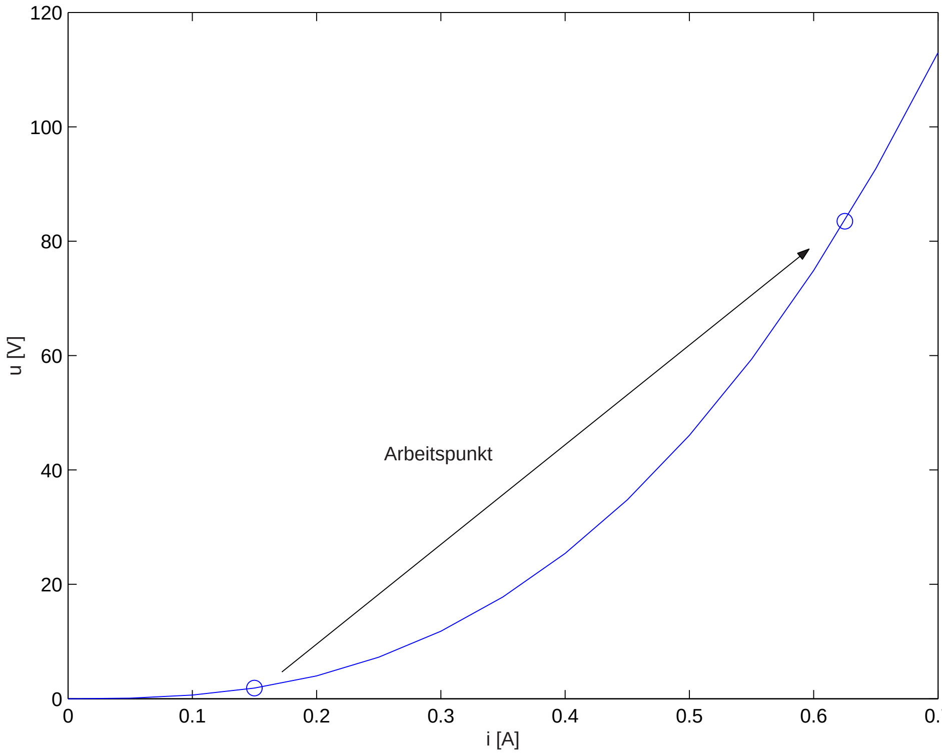

Abbildung 6: Vergleich: alter AP mit neuem AP

In Abbildung 6 sind die beiden Arbeitspunkte dargestellt.

i Klirrfaktor

i.1 Aufgabenstellung

Berechnen Sie nun den Klirrfaktor k unter Verwendung von $u_3(t)$.

i.2 Berechnung

Der Klirrfaktor gibt das Verhältnis des Effektivwertes aller Oberwellen eines Signals zum Effektivwert des ganzen Signals an. Der Gleichanteil wird dabei nicht mitberücksichtigt.

$$k = \sqrt{\frac{U_{23}^2 + U_{33}^2}{U_{13}^2 + U_{23}^2 + U_{33}^2}} \tag{25}$$

Die Werte für $\hat{U}_{13}$, $\hat{U}_{23}$ und$\hat{U}_{33}$ werden aus den Gleichungen (21), (22), (23) entnommen.

$$\hat{U}_{13} = \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}}\hat{I} + \frac{10}{27}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}}\hat{I}^3 = 155,21mV$$

$$\hat{U}_{23} = \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}}\hat{I}^2 = 2,0261mV$$

$$\hat{U}_{33} = \frac{10}{81}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}}\hat{I}^3 = 7,0538\cdot 10^{-3}mV$$

$$k = \sqrt{\frac{\left(\frac{\hat{U}_{23}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{U}_{33}}{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\frac{\hat{U}_{13}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{U}_{23}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{U}_{33}}{\sqrt{2}}\right)^2}} = 0,013053 \approx 1,3\%$$

Setzt man in die Gleichungen (21), (22), (23) für I_G das Ergebnis von h (24) ein:

$$\hat{U}_{13} = \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}}\hat{I} + \frac{10}{27}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}}\hat{I}^3 = 5,3441V$$

$$\hat{U}_{23} = \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}}\hat{I}^2 = 53,437mV$$

$$\hat{U}_{33} = \frac{10}{81}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}}\hat{I}^3 = 0,1425mV$$

$$k = \sqrt{\frac{\left(\frac{\hat{U}_{23}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{U}_{33}}{\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\frac{\hat{U}_{13}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{U}_{23}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{U}_{33}}{\sqrt{2}}\right)^2}} = 0,0099987 \approx 1\%$$

j Anhang

Überprüfung der Werte mit Matlab.
Code für das Ploten der erforderlichen Diagramme.

j.1 a

```
% a)
%Angabe:
U0 = 4; %V
I0 = 0.2; %A
IG = 0.15; %A
%-------------------------
i = 0:0.05:0.5
u = U0*(i/I0).^(8/3)
plot(i,u);
hold on
plot(IG,U0*(IG/I0).^(8/3),'o','MarkerSize',8)
xlabel('i [A]');
ylabel('u [V]');
%-------------------------
%-------------------------
```

j.2 b

```
% b)
%Angabe
IG = 0.15; %A
I = 0.0047; %A
t=0:pi/24:4*pi;
w=1;
%------------------------
UG=U0*(IG/I0)^(8/3)
U1=8/3*(U0/I0)*(IG/I0)^(5/3)*I
u=UG+U1*sin(w*t);
pause
clf
plot(t,u);
hold on
plot(t,UG)
xlabel('t');
ylabel('u [V]');
plot(0,2.1)
plot(0,1.6)
axis tight
%------------------------
%------------------------
```

j.3 c

```
% c)
Ig = 0:0.05:0.5
r_d = 8/3 .* (U0/I0).* (Ig / I0).^(5/3)
pause
clf
plot(Ig,r_d);
xlabel('Ig [A]');
ylabel('r_~ [Ohm]','Rotation',0);
hold on
APr = 8/3 .* (U0/I0).* (IG / I0).^(5/3);
plot(IG,APr,'o','MarkerSize',8);
%------------------------
%------------------------
```

j.4 d

```
% d)
U=0.027 %V
IG=((3*U*I0^(8/3))/(8*I*U0))^(3/5)
%------------------------
```

```
%-------------------------
```

j.5 e

```
% e)
UG=U0*(IG/I0)^(8/3)
P=UG*IG+1/2*U*I
%-------------------------
%-------------------------
```

j.6 f

```
% f)
%Angabe
IG = 0.15; %A
I = 0.0047; %A
%-------------------------
```

j.6.1 f.a

```
% f)a)
pause
clf
UG2=U0*(IG/I0)^(8/3)+10/9*U0/I0^2*(IG/I0)^(2/3)*I^2
U12=8/3*(U0/I0)*(IG/I0)^(5/3)*I
U22=10/9*U0/I0^2*(IG/I0)^(2/3)*I^2
u2=UG2+U12*sin(w*t)-U22*sin(2*w*t-pi/2);
%Gesammtsignal
subplot(2,3,[1;2;4;5])
plot(t,UG2+U12*sin(w*t),'r')
hold on
plot(t,u2,'LineWidth',2)
plot(t,UG2)
plot(0,2.1)
plot(0,1.6)
xlabel('t');
ylabel('u2 [V]');
axis tight
%Grundschwingund
subplot(2,3,3)
plot(t,U12*sin(w*t))
hold on
plot(0,5*U12/4)
plot(0,-5*U12/4)
xlabel('t');
ylabel('u12 [V]');
axis tight
```

```
%1.Oberschwindgung
subplot(2,3,6)
plot(t,U22*sin(2*w*t-pi/2))
hold on
plot(0,5*U22/4)
plot(0,-5*U22/4)
xlabel('t');
ylabel('u22 [V]');
axis tight
%-------------------------
```

j.6.2 f.b

```
% f)b)
UG3=U0*(IG/I0)^(8/3)+10/9*U0/I0^2*(IG/I0)^(2/3)*I^2
U13=8/3*U0/I0*(IG/I0)^(5/3)*I+10/27*U0/I0^3*(IG/I0)^(-1/3)*I^3
U23=10/9*U0/I0^2*(IG/I0)^(2/3)*I^2
U33=10/81*U0/I0^3*(IG/I0)^(-1/3)*I^3
u3=UG3+U13*sin(w*t)-U23*sin(2*w*t-pi/2)-U33*sin(3*w*t);
pause
clf
%Gesammtsignal
subplot(3,3,[1;2;4;5;7;8])
plot(t,UG3+U13*sin(w*t),'r')
hold on
plot(t,u3,'LineWidth',2)
plot(t,UG3)
plot(0,2.1)
plot(0,1.6)
xlabel('t');
ylabel('u3 [V]');
axis tight
%Grundschwingund
subplot(3,3,3)
plot(t,U13*sin(w*t))
hold on
plot(0,5*U13/4)
plot(0,-5*U13/4)
xlabel('t');
ylabel('u13 [V]');
axis tight
%1.Oberschwindgung
subplot(3,3,6)
plot(t,U23*sin(2*w*t-pi/2))
hold on
plot(0,5*U23/4)
```

```
plot(0,-5*U23/4)
xlabel('t');
ylabel('u23 [V]');
axis tight
%2.Oberschwindgung
subplot(3,3,9)
plot(t,U33*sin(3*w*t))
hold on
plot(0,5*U33/4)
plot(0,-5*U33/4)
xlabel('t');
ylabel('u33 [V]');
axis tight
%-------------------------
%-------------------------
```

j.7 g

```
% g)
I=12*IG*0.01/5
%-------------------------
%-------------------------
```

j.8 h

```
% h)
I=0.015; %A
IG=5*I/(12*0.01)
i = 0:0.05:0.7
u = U0*(i/I0).^(8/3)
pause
clf
plot(i,u);
hold on
plot(IG,U0*(IG/I0).^(8/3),'o','MarkerSize',8)
plot(0.15,U0*(0.15/I0).^(8/3),'o','MarkerSize',8)
xlabel('i [A]');
ylabel('u [V]');
%-------------------------
%-------------------------
```

j.9 i

```
% i)
U13=8/3*U0/I0*(IG/I0)^(5/3)*I+10/27*U0/I0^3*(IG/I0)^(-1/3)*I^3
U23=10/9*U0/I0^2*(IG/I0)^(2/3)*I^2
U33=10/81*U0/I0^3*(IG/I0)^(-1/3)*I^3
```

```
k=sqrt(((U23/sqrt(2))^2+(U33/sqrt(2))^2)/((U13/sqrt(2))^2+(U23/sqrt(2))^2+(U33/sqrt(2))^2

% mit I und IG aus der Angabe von b)
I=0.0047; %A
IG=0.15; %A
U13=8/3*U0/I0*(IG/I0)^(5/3)*I+10/27*U0/I0^3*(IG/I0)^(-1/3)*I^3
U23=10/9*U0/I0^2*(IG/I0)^(2/3)*I^2
U33=10/81*U0/I0^3*(IG/I0)^(-1/3)*I^3
k=sqrt(((U23/sqrt(2))^2+(U33/sqrt(2))^2)/((U13/sqrt(2))^2+(U23/sqrt(2))^2+(U33/sqrt(2))^2
%-------------------------
%-------------------------
```

k Zusammenfassung

k.1 b:

$u(t) = U_0 \left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}} + \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \hat{I} sin\left(\omega t\right)$

k.2 d:

$I_G = 52,528mA$

k.3 e:

$P = 6,0074mW$

k.4 f.a:

$u_2(t) = U_0 \left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}} + \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 + \frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \hat{I} sin(\omega t) - \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

k.5 f.b:

$u_3(t) = U_0 \left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{8}{3}} + \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 + \left(\frac{8}{3}\frac{U_0}{I_0}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{5}{3}} \hat{I} + \frac{10}{27}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}} \hat{I}^3\right) sin(\omega t)$
$- \frac{10}{9}\frac{U_0}{{I_0}^2}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{2}{3}} \hat{I}^2 sin\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{10}{81}\frac{U_0}{I_0^3}\left(\frac{I_G}{I_0}\right)^{\frac{-1}{3}} \hat{I}^3 sin(3\omega t)$

k.6 g:

$\hat{I} = 3,6mA$

k.7 h:

$I_G = 625mA$

k.8 i:

Beim Arbeitspunkt von b)
$k = 0,013053 \approx 1,3\%$ für $I_G = 150mA \hat{I} = 4,7mA$
Beim Arbeitspunkt von h)
$k = 0,0099987 \approx 1\%$ für $I_G = 625mA \hat{I} = 15mA$