

# Elektrodynamik - Projekt

## Beispiel 1 Mehrelektrodensystem mit Schirmung

Köberl Markus 0130163  
Schöberl Susanne 0130374

Datum: 10.12.2004

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Aufgabenstellung</b>	<b>2</b>
<b>2 Modellierung im Tiler2D</b>	<b>3</b>
2.1 Allgemein . . . . .	3
2.2 Grid Structure . . . . .	3
2.3 Special Structures . . . . .	4
2.3.1 Circle . . . . .	4
2.3.2 Rounded Rectangle . . . . .	5
2.3.3 Far Boundary . . . . .	5
2.3.4 Tiler Plot . . . . .	5
<b>3 Berechnungen Aufgabenstellung <math>\alpha</math></b>	<b>6</b>
3.1 Teilkapazitätsmatrix . . . . .	6
3.2 V1, V2, Q1, Q2 und Q3 . . . . .	8
3.3 Gesamtkapazität . . . . .	9
<b>4 Berechnungen Aufgabenstellung <math>\beta</math></b>	<b>10</b>
4.1 V1, V2, V3, Q1 und Q2 . . . . .	10
4.2 Gesamtkapazität . . . . .	11

## 1 Aufgabenstellung

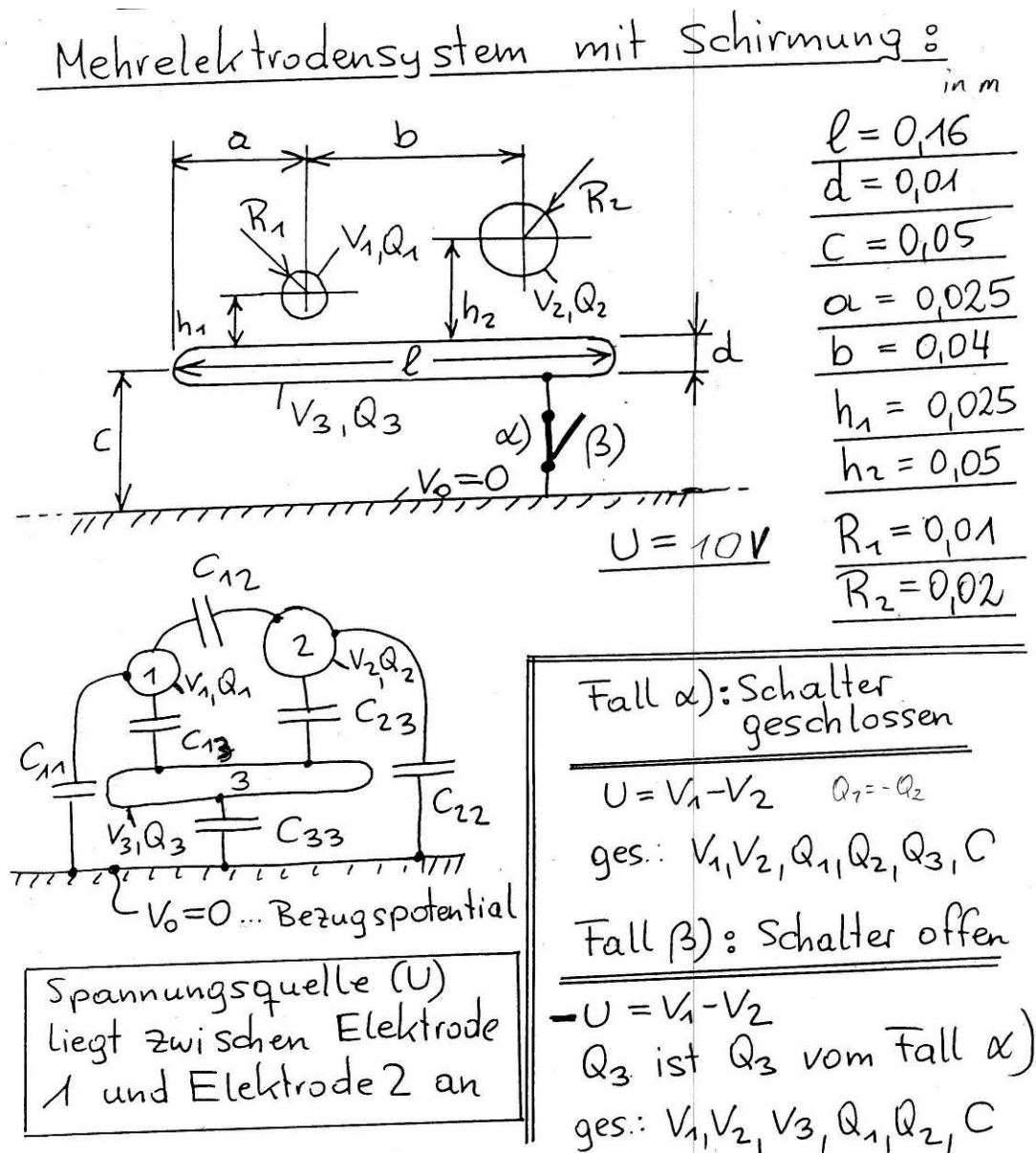


Abbildung 1: Aufgabenstellung

## 2 Modellierung im Tiler2D

### 2.1 Allgemein

- **Problemtyp:** Elektrostatik
- **Geometrietyp:** Plane

### 2.2 Grid Structure

- **Initialize grid:** Gitterstruktur auf 6 x 5 ändern
- **Boundary condition:** Bottom auf Null setzen
- **Änderungen der Gitterabmessung X-Direction**  
Die Werte sind in Abbildung (2) zu sehen.

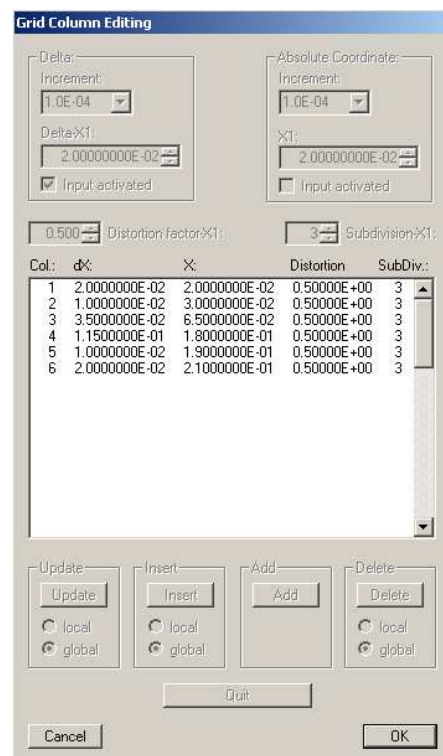


Abbildung 2: x-Grid

- **Änderungen der Gitterabmessung Y-Direction**  
Die Werte sind in Abbildung (3) zu sehen.

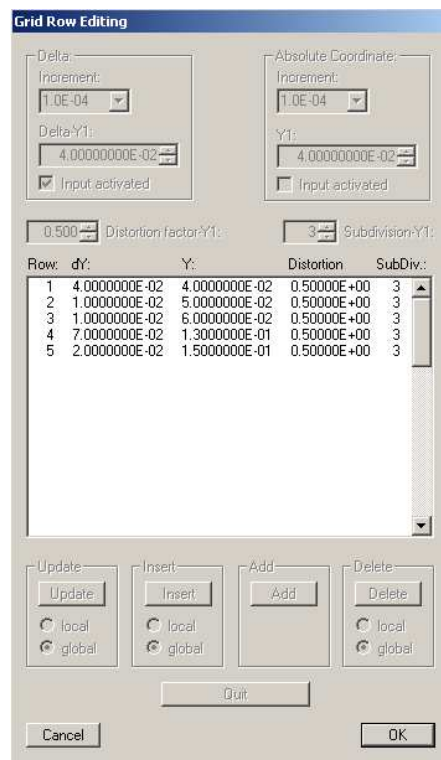


Abbildung 3: y-Grid

Um einen genauere Berechnung zu ermöglichen, werden mehrere Subdivisions eingeführt.

## 2.3 Special Structures

Hier werden die beiden kreisrunden Leiter sowie der Leiter mit quadratischem Querschnitt und abgerundeten Kanten modelliert. Auch hier werden für genauere Berechnung eine zusätzliche Region und mehrere Subdivisions eingeführt.

### 2.3.1 Circle

Leiter 1:

- **Select grid element:** 3,4
- **Item name:** Elektrode 1
- **Region name:** Region 01 weglöschen
- **Radius:** 0,01m
- **X-Ausrichtung:** 0,05
- **Y-Ausrichtung:** 0,08
- **Boundary condition:** Enable BC
- **Value inner circle:** bleibt vorübergehend auf 0V

**Leiter 2:**

- **Select grid element:** 4,4
- **Item name:** Elektrode 2
- **Region name:** Region 01 weglöschen
- **Radius:** 0,02m
- **X-Ausrichtung:** 0,09
- **Y-Ausrichtung:** 0,105
- **Boundary condition:** Enable BC
- **Value inner circle:** bleibt vorübergehend auf 0V

**2.3.2 Rounded Rectangle****Leiter 3:**

- **Select grid elements:** X-left – > 2, Y-down – > 2, X-right – > 5, Y-up – > 3
- **Item name:** Elektrode 3
- **Region name:** Region 01 weglöschen
- **Radius:** 0,005m
- **Boundary condition:** Enable BC
- **Value inner circle:** bleibt vorübergehend auf 0V

**2.3.3 Far Boundary**

- **Set far boundary:** left, up, right

**2.3.4 Tiler Plot**

Die modellierten Leiter sind in Abbildung (4) zu sehen.

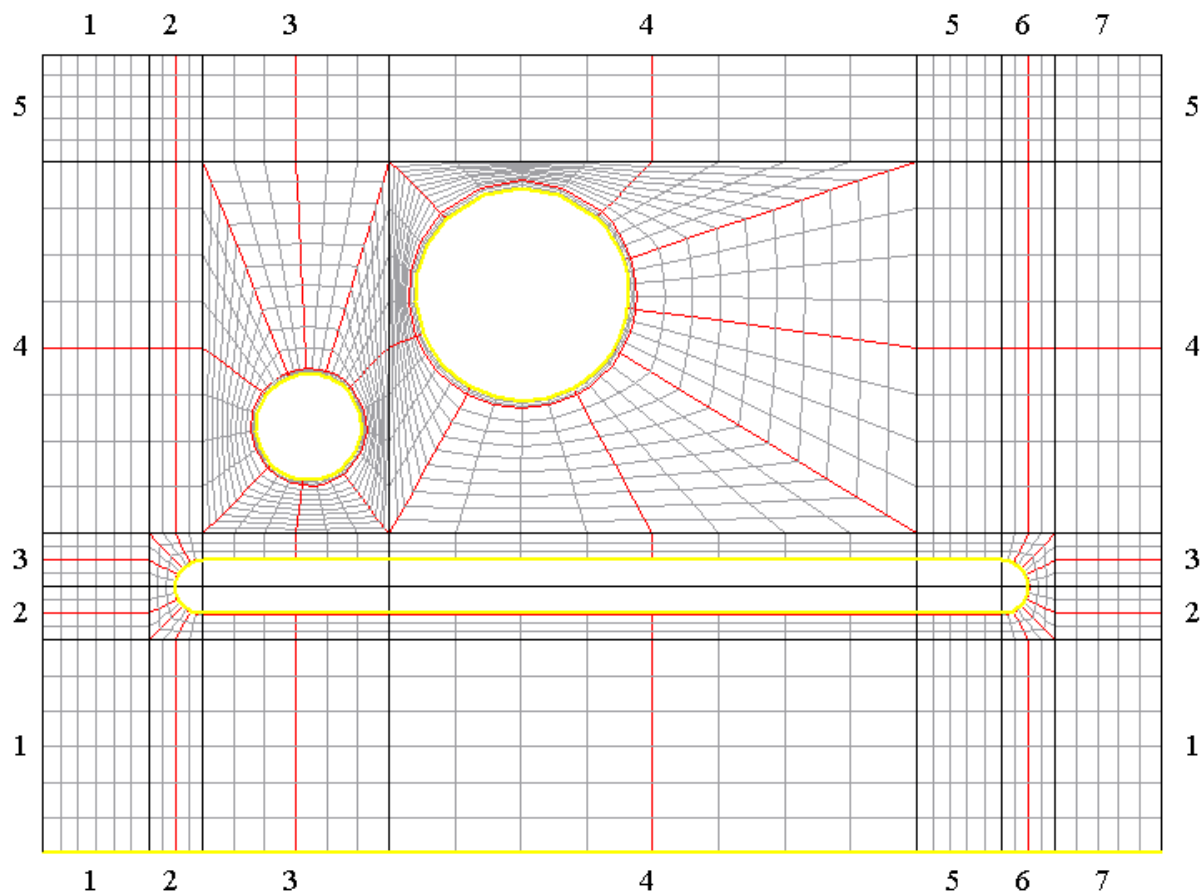


Abbildung 4: modellierte Leiter

### 3 Berechnungen Aufgabenstellung $\alpha$

#### 3.1 Teilkapazitätsmatrix

Zum Berechnen der Teilkapazitäten wird jeweils ein Leiter an ein Potential ungleich 0V gelegt. (**Value inner circle:** = 1V).

Zur besseren Veranschaulichung wird mit Hilfe des Graphic Postprozessors die Abbildungen **5**, **6** und **7** erstellt, auf denen der Verlauf der Intensität der elektische Feldstärke ersichtlich ist.

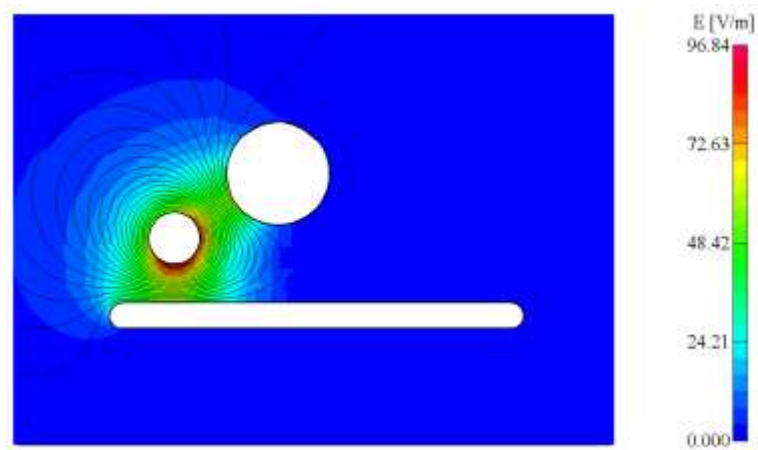


Abbildung 5: nur Leiter 1 mit einem Potential von 1V

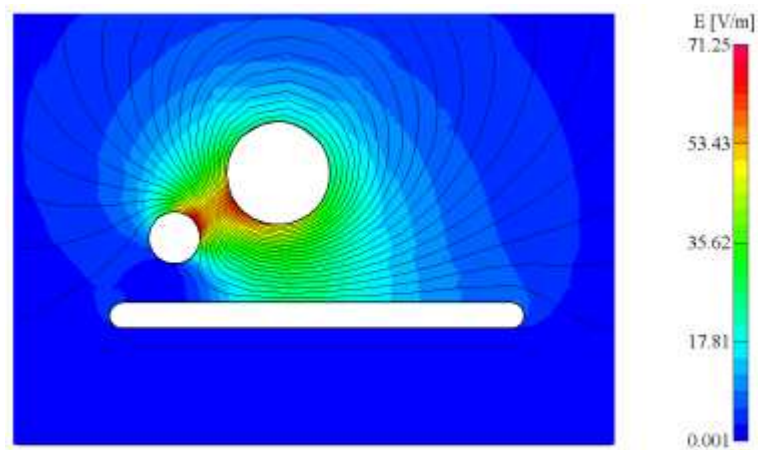


Abbildung 6: nur Leiter 2 mit einem Potential von 1V

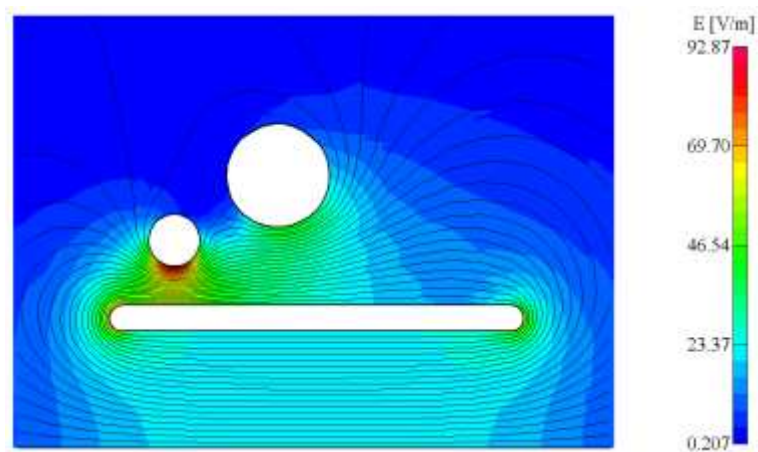


Abbildung 7: nur Leiter 3 mit einem Potential von 1V



**Einstellungen im Tegrals2D im Dialogfeld Integrals2D:**

- **Select Quantity:** Charge
- **Select integral domains:** Für die Diagonalelemente der Matrix alle Elemente, sonst nur ein Leiter

Es ergibt sich folgende Teilkapazitätsmatrix:

$$C = \begin{pmatrix} 3.5557801E - 12 & 1.6188049E - 11 & 2.2453472E - 11 \\ 1.6186820E - 11 & 7.0185649E - 12 & 1.9356761E - 11 \\ 2.2449808E - 11 & 1.9354950E - 11 & 4.7697610E - 11 \end{pmatrix}$$

Anmerkung: Bei den Elementen Cij muß das Vorzeichen gewechselt werden.

**3.2 V1, V2, Q1, Q2 und Q3**

Die Formeln für  $Q_1$ ,  $Q_2$  und  $Q_3$  sind dem Elektrodynamik Skriptum (S.69) entnommen.

$$Q_1 = V_1 \cdot C_{11} + (V_1 - V_2) \cdot C_{12} + (V_1 - V_3) \cdot C_{13} \quad (1)$$

$$Q_2 = (V_2 - V_1) \cdot C_{12} + V_2 \cdot C_{22} + (V_2 - V_3) \cdot C_{23} \quad (2)$$

$$Q_3 = (V_3 - V_1) \cdot C_{13} + (V_3 - V_2) \cdot C_{23} + V_3 \cdot C_{33} \quad (3)$$

$$(4)$$

Mit  $Q_2 = -Q_1$  und für  $V_3 = 0$

$$\begin{aligned} Q_1 &= V_1 \cdot C_{11} + (V_1 - V_2) \cdot C_{12} + (V_1) \cdot C_{13} \\ -Q_1 &= (V_2 - V_1) \cdot C_{12} + V_2 \cdot C_{22} + (V_2) \cdot C_{23} \\ Q_3 &= (-V_1) \cdot C_{13} + (-V_2) \cdot C_{23} \\ 10 &= V_1 - V_2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_1 \cdot (C_{11} + C_{12} + C_{13}) - V_2 \cdot C_{12} - Q_1 &= 0 \\ -V_1 \cdot C_{12} + V_2 \cdot (C_{12} + C_{22} + C_{23}) + Q_1 &= 0 \\ -V_1 \cdot C_{13} - V_2 \cdot C_{23} - Q_3 &= 0 \\ V_1 - V_2 - 10 &= 0 \end{aligned}$$

In Matrixschreibweise gebracht:

$$\begin{pmatrix} C_{11} + C_{12} + C_{13} & -C_{12} & -1 & 0 \\ -C_{12} & C_{12} + C_{22} + C_{23} & 1 & 0 \\ -C_{13} & -C_{23} & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ Q_1 \\ Q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Die Gleichung aufgelöst und die Werte der C-Matrix eingesetzt ergibt das:

$$V_1 = 5.0349[V]$$

$$V_2 = -4.9651[V]$$

$$Q_1 = 2.9284e - 010[C/m]$$

$$Q_2 = -Q_1 = -2.9284e - 010[C/m]$$

$$Q_3 = -1.6944e - 011[C/m]$$

Die Werte für Q können mit Elefant überprüft werden. Im Tiler2D werden dazu die Potentiale der kreisrunden Leiter 1 und 2 auf die Werten von  $V_1$  und  $V_2$  gesetzt.

Im Tegrals2D (Dialogfenster Integrals2D) wird über jeweils einen Leiter integriert, so werden folgende Werte für Q erhalten:

$$Q_1 = 2.9282837E - 10[C/m]$$

$$Q_2 = -2.9283052E - 10[C/m]$$

$$Q_3 = -1.6942731E - 11[C/m]$$

Zur besseren Veranschaulichung wird mit Hilfe des Graphic Postprozessors die Abbildung 8 erstellt, auf welcher der Verlauf der Intensität der elektrische Feldstärke ersichtlich ist.

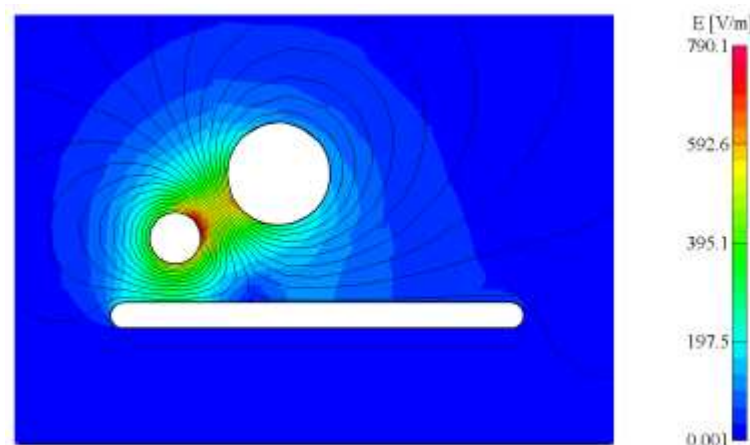


Abbildung 8: Fall  $\alpha$  Schalter geschlossen

### 3.3 Gesamtkapazität

Für die Berechnung der Gesamtkapazität wird die elektrische Feldenergie (über das gesamte Feldgebiet) benötigt.

Im Tiler2D werden dazu die Potentiale der kreisrunden Leiter 1 und 2 auf die Werten von  $V_1$  und  $V_2$  gesetzt.

Für  $V_1$ : **Value inner circle:** = 5.0349[V]

Für  $V_2$ : **Value inner circle:** = -4.9651[V]

Im Tegrals2D (Dialogfenster Integrals2D):

- **Cross section / Volume integral**
- **Select quantity:** electric energy
- **Select integral domains:** whole region

$$W = 1.4643523E - 09 [J/m]$$

Die Gesamtkapazität berechnet sich nun mit

$$C = \frac{2 \cdot W}{U^2} = 2.9287e - 011 [F/m]$$

## 4 Berechnungen Aufgabenstellung $\beta$

### 4.1 V1, V2, V3, Q1 und Q2

Die Formeln für  $Q_1$ ,  $Q_2$  und  $Q_3$  sind dem Elektrodynamik Skriptum (S.69) entnommen. Mit  $Q_2 = -Q_1$  und für  $Q_3$  von Aufgabenstellung  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} V_1 \cdot (C_{11} + C_{12} + C_{13}) - V_2 \cdot C_{12} - V_3 \cdot C_{13} - Q_1 &= 0 \\ -V_1 \cdot C_{12} + V_2 \cdot (C_{12} + C_{22} + C_{23}) - V_3 \cdot C_{23} + Q_1 &= 0 \\ -V_1 \cdot C_{13} - V_2 \cdot C_{23} + V_3 \cdot (C_{13} + C_{23} + C_{33}) &= -Q_3 \\ V_1 - V_2 &= -10 \end{aligned}$$

In Matrixschreibweise gebracht:

$$\begin{pmatrix} C_{11} + C_{12} + C_{13} & -C_{12} & -C_{13} & -1 \\ -C_{12} & C_{12} + C_{22} + C_{23} & -C_{23} & 1 \\ -C_{13} & -C_{23} & C_{13} + C_{23} + C_{33} & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -Q_3 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Die Gleichung aufgelöst und die Werte der C-Matrix eingesetzt ergibt das:

$$V_1 = -5.5168[V]$$

$$V_2 = 4.4832[V]$$

$$V_3 = -0.60368[V]$$

$$Q_1 = -2.9181e - 010$$

$$Q_2 = -Q_1 = 2.9181e - 010$$

Die Werte für Q können mit Elefant überprüft werden. Im Tiler2D werden dazu die Potentiale der kreisrunden Leiter 1, 2 und 3 auf die Werten von  $V_1$ ,  $V_2$  und  $V_3$  gesetzt.

Im Tegrals2D (Dialogfenster Integrals2D) wird über jeweils einen Leiter integriert, so werden folgende Werte für Q erhalten:

$$Q_1 = -2.9181032E - 10$$

$$Q_2 = 2.9180504E - 10$$

$$Q_3 = -1.6939707E - 11$$

Zur besseren Veranschaulichung wird mit Hilfe des Graphic Postprozessors die Abbildung 9 erstellt, auf welcher der Verlauf der Intensität der elektrischen Feldstärke ersichtlich ist.

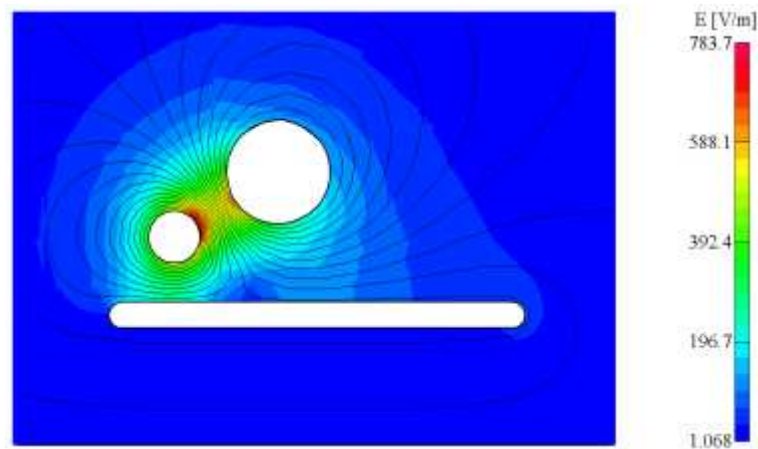


Abbildung 9: Fall  $\beta$  Schalter offen

## 4.2 Gesamtkapazität

Für die Berechnung der Gesamtkapazität wird die elektrische Feldenergie (über das gesamte Feldgebiet) benötigt.

Im Tiler2D werden dazu die Potentiale der Leiter 1, 2 und 3 auf die Werten von  $V_1$ ,  $V_2$  und  $V_3$  gesetzt.

Für  $V_1$ : **Value inner circle:** = -5.5168[V]

Für  $V_2$ : **Value inner circle:** = 4.4832[V]

Für  $V_3$ : **Value inner circle:** = -0.60368[V]

Im Tegrals2D (Dialogfenster Integrals2D):

- **Cross section / Volume integral**
- **Select quantity:** electric energy
- **Select integral domains:** whole region

$$W = 1.4643627E - 09[J/m]$$

Die Gesamtkapazität berechnet sich nun mit

$$C = \frac{2 \cdot W}{U^2} = 2.9287e - 011[F/m]$$

**Abbildungsverzeichnis**

1	Aufgabenstellung . . . . .	2
2	x-Grid . . . . .	3
3	y-Grid . . . . .	4
4	modelierte Leiter . . . . .	6
5	nur Leiter 1 mit einem Potential von 1V . . . . .	7
6	nur Leiter 2 mit einem Potential von 1V . . . . .	7
7	nur Leiter 3 mit einem Potential von 1V . . . . .	7
8	Fall $\alpha$ Schalter geschlossen . . . . .	9
9	Fall $\beta$ Schalter offen . . . . .	11