

Elektrodynamik - Projekt

Beispiel 1 Mehrelektrodensystem mit Schirmung

Köberl Markus 0130163
Schöberl Susanne 0130374

Datum: 10.12.2004

Inhaltsverzeichnis

1 Aufgabenstellung	2
2 Modellierung im Tiler2D	3
2.1 Allgemein	3
2.2 Grid Structure	3
2.3 Special Structures	4
2.3.1 Circle	4
2.3.2 Rounded Rectangle	5
2.3.3 Far Boundary	5
2.3.4 Tiler Plot	5
3 Berechnungen Aufgabenstellung α	6
3.1 Teilkapazitätsmatrix	6
3.2 V1, V2, Q1, Q2 und Q3	8
3.3 Gesamtkapazität	9
4 Berechnungen Aufgabenstellung β	10
4.1 V1, V2, V3, Q1 und Q2	10
4.2 Gesamtkapazität	11

1 Aufgabenstellung

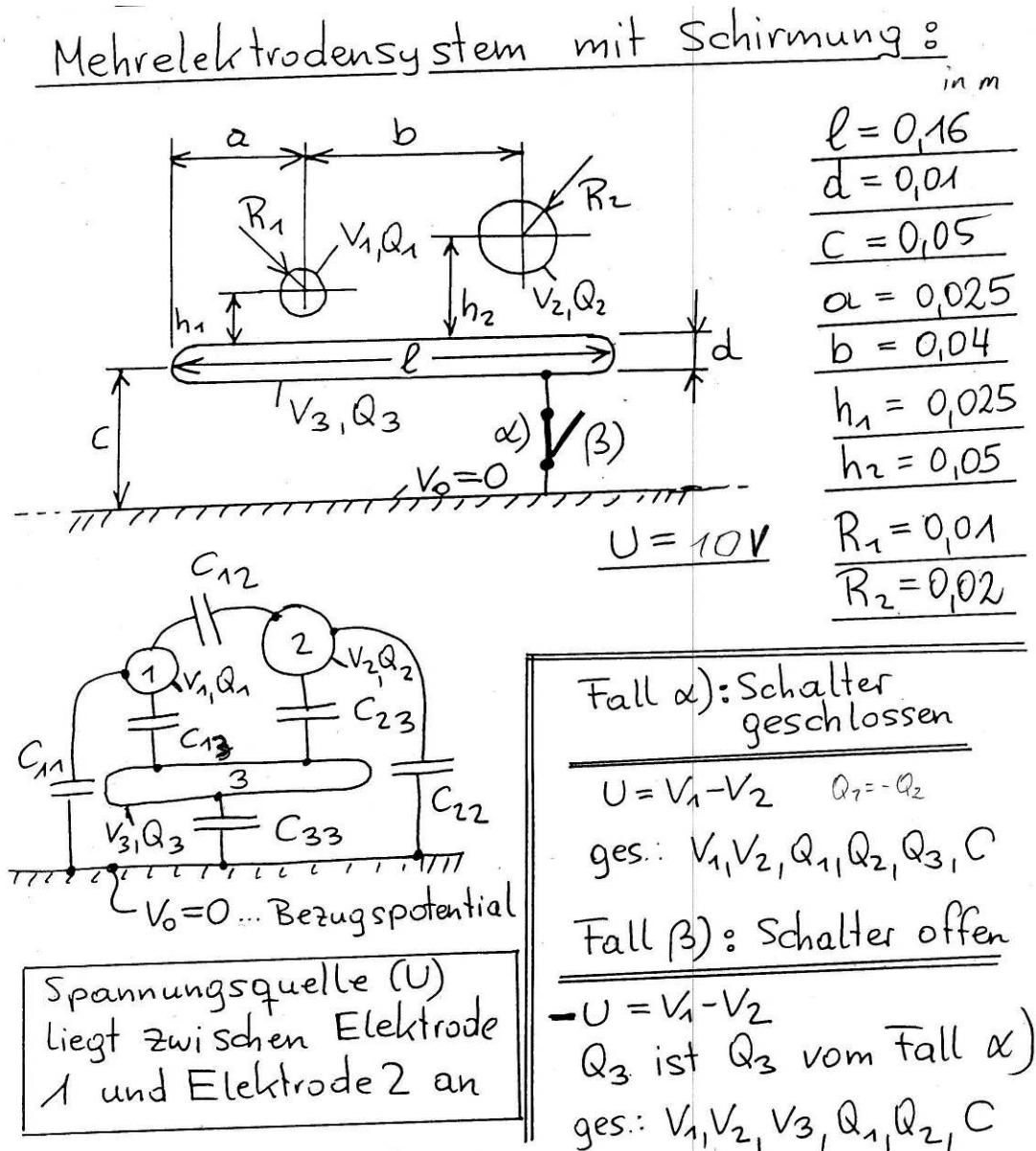


Abbildung 1: Aufgabenstellung

2 Modelierung im Tiler2D

2.1 Allgemein

- **Problemtyp:** Elektrostatik
- **Geometriertyp:** Plane

2.2 Grid Structure

- **Initialize grid:** Gitterstruktur auf 6×5 ändern
- **Boundary condition:** Bottom auf Null setzen
- Änderungen der Gitterabmessung **X-Direction**
Die Werte sind in Abbildung (2) zu sehen.

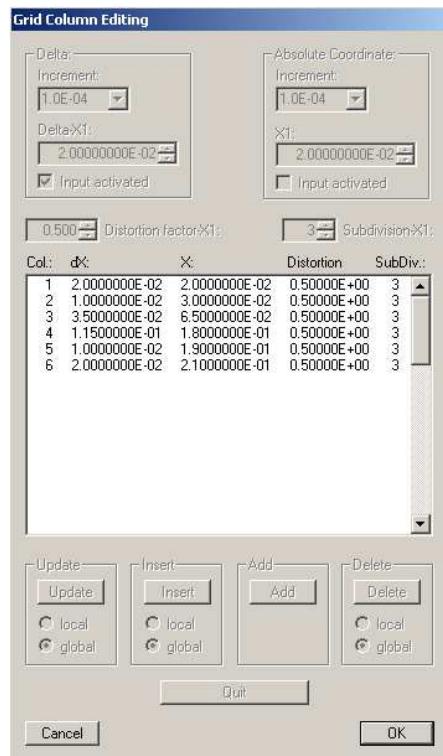


Abbildung 2: x-Grid

- Änderungen der Gitterabmessung **Y-Direction**
Die Werte sind in Abbildung (3) zu sehen.

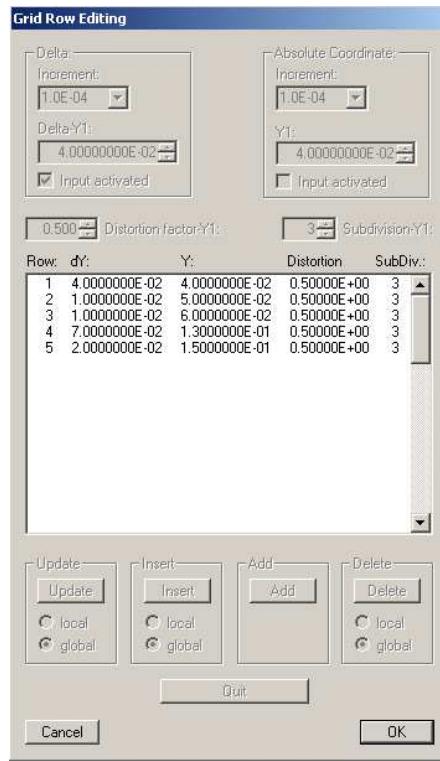


Abbildung 3: y-Grid

Um einen genauere Berechnung zu ermöglichen, werden mehrere Subdivisions eingeführt.

2.3 Special Structures

Hier werden die beiden kreisrunden Leiter sowie der Leiter mit quadratischem Querschnitt und abgerundeten Kanten modelliert. Auch hier werden für genauere Berechnung eine zusätzliche Region und mehrere Subdivisions eingeführt.

2.3.1 Circle

Leiter 1:

- **Select grid element:** 3,4
- **Item name:** Elektrode 1
- **Region name:** Region 01 weglöschen
- **Radius:** 0,01m
- **X-Ausrichtung:** 0,05
- **Y-Ausrichtung:** 0,08
- **Boundary condition:** Enable BC
- **Value inner circle:** bleibt vorübergehend auf 0V

Leiter 2:

- **Select grid element:** 4,4
- **Item name:** Elektrode 2
- **Region name:** Region 01 weglöschen
- **Radius:** 0,02m
- **X-Ausrichtung:** 0,09
- **Y-Ausrichtung:** 0,105
- **Boundary condition:** Enable BC
- **Value inner circle:** bleibt vorübergehend auf 0V

2.3.2 Rounded Rectangle

Leiter 3:

- **Select grid elements:** X-left - > 2, Y-down - > 2, X-right - > 5, Y-up - > 3
- **Item name:** Elektrode 3
- **Region name:** Region 01 weglöschen
- **Radius:** 0,005m
- **Boundary condition:** Enable BC
- **Value inner circle:** bleibt vorübergehend auf 0V

2.3.3 Far Boundary

- **Set far boundary:** left, up, right

2.3.4 Tiler Plot

Die modellierten Leiter sind in Abbildung (4) zu sehen.

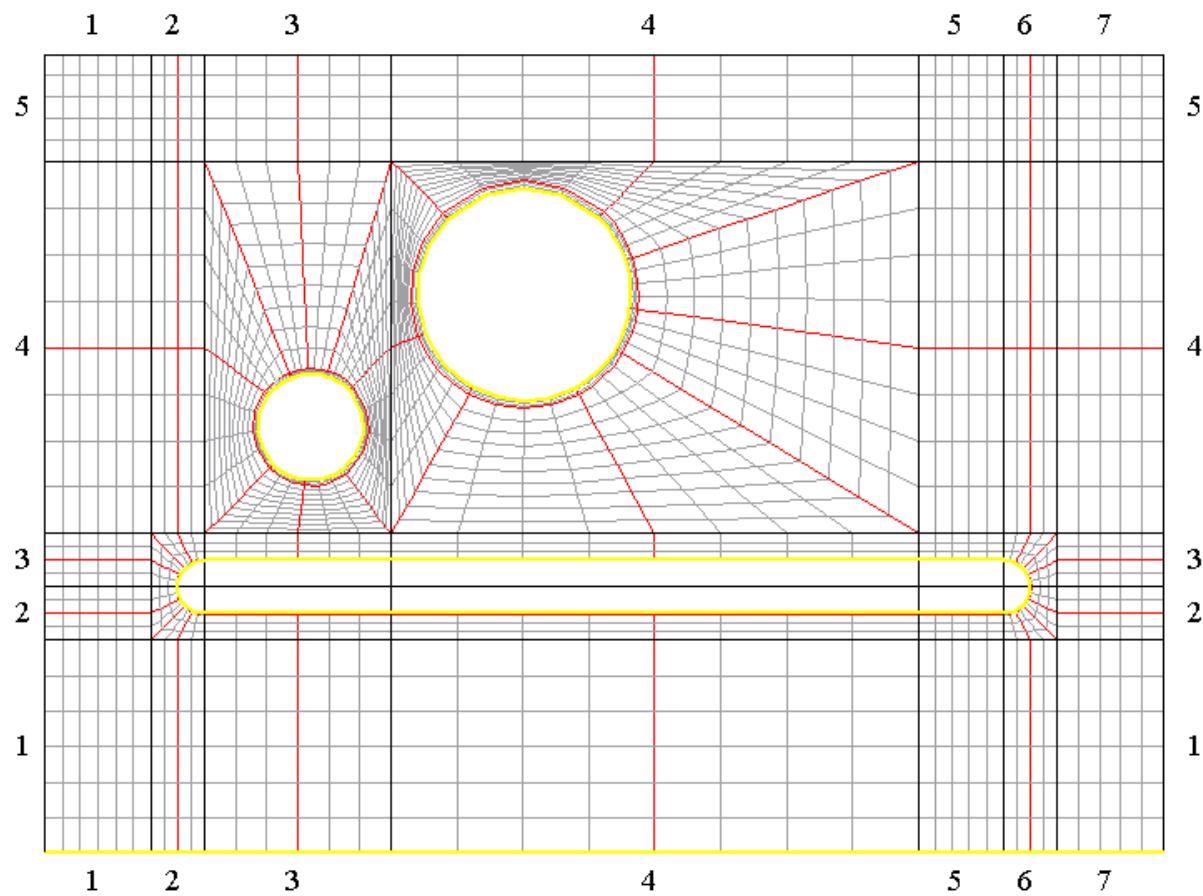


Abbildung 4: modellierte Leiter

3 Berechnungen Aufgabenstellung α

3.1 Teilkapazitätsmatrix

Zum Berechnen der Teilkapazitäten wird jeweils ein Leiter an ein Potential ungleich 0V gelegt. (**Value inner circle:** = 1V).

Zur besseren Veranschaulichung wird mit Hilfe des Graphic Postprozessors die Abbildungen 5, 6 und 7 erstellt, auf denen der Verlauf der Intensität der elektrische Feldstärke ersichtlich ist.

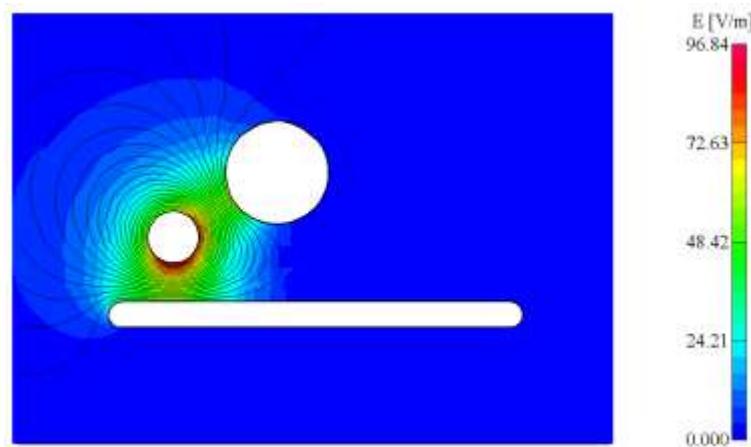


Abbildung 5: nur Leiter 1 mit einem Potential von 1V

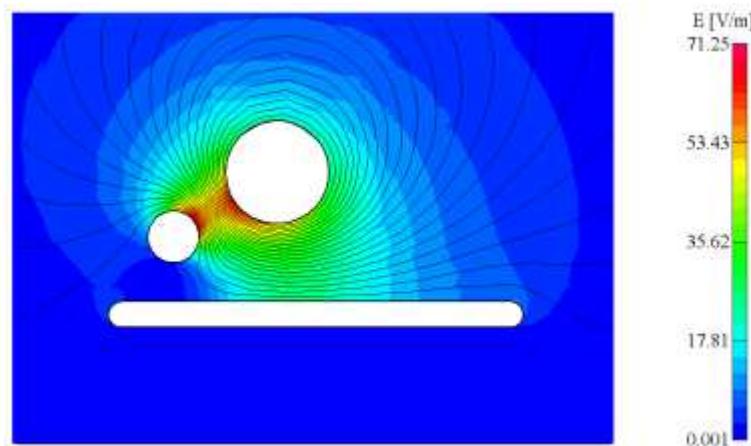


Abbildung 6: nur Leiter 2 mit einem Potential von 1V

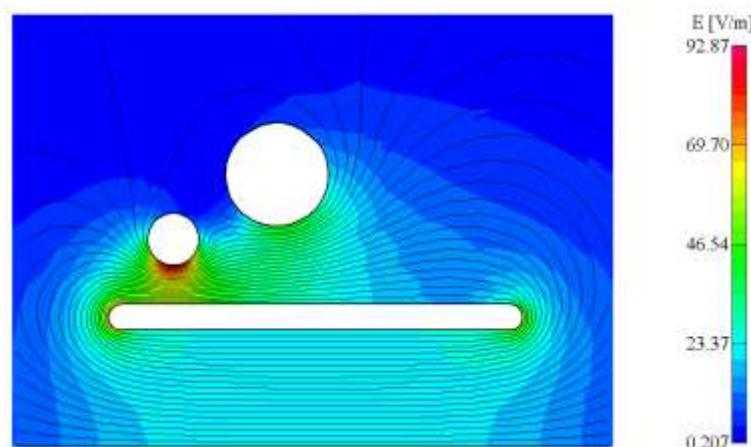


Abbildung 7: nur Leiter 3 mit einem Potential von 1V

Einstellungen im Tegrals2D im Dialogfeld Integrals2D:

- **Select Quantity:** Charge
- **Select integral domains:** Für die Diagonalelemente der Matrix alle Elemente, sonst nur ein Leiter

Es ergibt sich folgende Teilkapazitätsmatrix:

$$C = \begin{pmatrix} 3.5557801E - 12 & 1.6188049E - 11 & 2.2453472E - 11 \\ 1.6186820E - 11 & 7.0185649E - 12 & 1.9356761E - 11 \\ 2.2449808E - 11 & 1.9354950E - 11 & 4.7697610E - 11 \end{pmatrix}$$

Anmerkung: Bei den Elementen C_{ij} muß das Vorzeichen gewechselt werden.

3.2 V1, V2, Q1, Q2 und Q3

Die Formeln für Q_1 , Q_2 und Q_3 sind dem Elektrodynamik Skriptum (S.69) entnommen.

$$Q_1 = V_1 \cdot C_{11} + (V_1 - V_2) \cdot C_{12} + (V_1 - V_3) \cdot C_{13} \quad (1)$$

$$Q_2 = (V_2 - V_1) \cdot C_{12} + V_2 \cdot C_{22} + (V_2 - V_3) \cdot C_{23} \quad (2)$$

$$Q_3 = (V_3 - V_1) \cdot C_{13} + (V_3 - V_2) \cdot C_{23} + V_3 \cdot C_{33} \quad (3)$$

$$10 = V_1 - V_2. \quad (4)$$

Mit $Q_2 = -Q_1$ und für $V_3 = 0$

$$Q_1 = V_1 \cdot C_{11} + (V_1 - V_2) \cdot C_{12} + (V_1) \cdot C_{13}$$

$$-Q_1 = (V_2 - V_1) \cdot C_{12} + V_2 \cdot C_{22} + (V_2) \cdot C_{23}$$

$$Q_3 = (-V_1) \cdot C_{13} + (-V_2) \cdot C_{23}$$

$$10 = V_1 - V_2.$$

$$V_1 \cdot (C_{11} + C_{12} + C_{13}) - V_2 \cdot C_{12} - Q_1 = 0$$

$$-V_1 \cdot C_{12} + V_2 \cdot (C_{12} + C_{22} + C_{23}) + Q_1 = 0$$

$$-V_1 \cdot C_{13} - V_2 \cdot C_{23} - Q_3 = 0$$

$$V_1 - V_2 - 10 = 0$$

In Matrixschreibweise gebracht:

$$\begin{pmatrix} C_{11} + C_{12} + C_{13} & -C_{12} & -1 & 0 \\ -C_{12} & C_{12} + C_{22} + C_{23} & 1 & 0 \\ -C_{13} & -C_{23} & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ Q_1 \\ Q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Die Gleichung aufgelöst und die Werte der C-Matrix eingesetzt ergibt das:

$$V_1 = 5.0349[V]$$

$$V_2 = -4.9651[V]$$

$$Q_1 = 2.9284e - 010[C/m]$$

$$Q_2 = -Q_1 = -2.9284e - 010[C/m]$$

$$Q_3 = -1.6944e - 011[C/m]$$

Die Werte für Q können mit Elefant überprüft werden. Im Tiler2D werden dazu die Potentiale der kreisrunden Leiter 1 und 2 auf die Werten von V_1 und V_2 gesetzt.

Im Tegrals2D (Dialogfenster Integrals2D) wird über jeweils einen Leiter integriert, so werden folgende Werte für Q erhalten:

$$Q_1 = 2.9282837E - 10[C/m]$$

$$Q_2 = -2.9283052E - 10[C/m]$$

$$Q_3 = -1.6942731E - 11[C/m]$$

Zur besseren Veranschaulichung wird mit Hilfe des Graphic Postprozessors die Abbildung 8 erstellt, auf welcher der Verlauf der Intensität der elektrische Feldstärke ersichtlich ist.

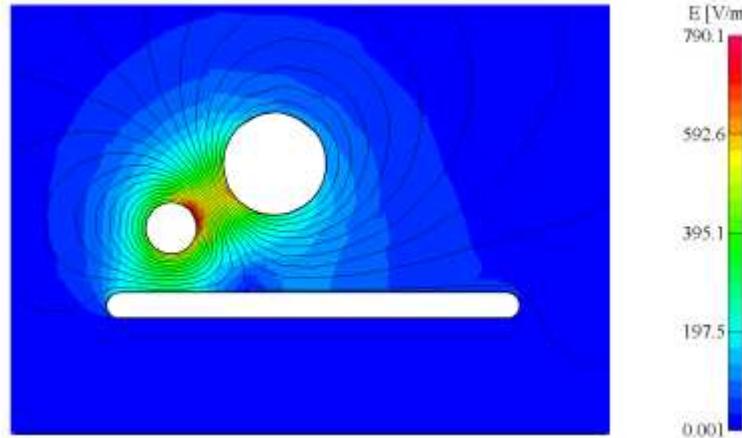


Abbildung 8: Fall α Schalter geschlossen

3.3 Gesamtkapazität

Für die Berechnung der Gesamtkapazität wird die elektrische Feldenergie (über das gesamte Feldgebiet) benötigt.

Im Tiler2D werden dazu die Potentiale der kreisrunden Leiter 1 und 2 auf die Werten von V_1 und V_2 gesetzt.

Für V_1 : **Value inner circle:** = 5.0349[V]

Für V_2 : **Value inner circle:** = -4.9651[V]

Im Tegrals2D (Dialogfenster Integrals2D):

- Cross section / Volume integral
- Select quantity: electric energy
- Select integral domains: whole region

$$W = 1.4643523E - 09 [J/m]$$

Die Gesamtkapazität berechnet sich nun mit

$$C = \frac{2 \cdot W}{U^2} = 2.9287e - 011 [F/m]$$

4 Berechnungen Aufgabenstellung β

4.1 V1, V2, V3, Q1 und Q2

Die Formeln für Q_1 , Q_2 und Q_3 sind dem Elektrodynamik Skriptum (S.69) entnommen. Mit $Q_2 = -Q_1$ und für Q_3 von Aufgabenstellung α :

$$\begin{aligned} V_1 \cdot (C_{11} + C_{12} + C_{13}) - V_2 \cdot C_{12} - V_3 \cdot C_{13} - Q_1 &= 0 \\ -V_1 \cdot C_{12} + V_2 \cdot (C_{12} + C_{22} + C_{23}) - V_3 \cdot C_{23} + Q_1 &= 0 \\ -V_1 \cdot C_{13} - V_2 \cdot C_{23} + V_3 \cdot (C_{13} + C_{23} + C_{33}) &= -Q_3 \\ V_1 - V_2 &= -10 \end{aligned}$$

In Matrixschreibweise gebracht:

$$\begin{pmatrix} C_{11} + C_{12} + C_{13} & -C_{12} & -C_{13} & -1 \\ -C_{12} & C_{12} + C_{22} + C_{23} & -C_{23} & 1 \\ -C_{13} & -C_{23} & C_{13} + C_{23} + C_{33} & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -Q_3 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Die Gleichung aufgelöst und die Werte der C-Matrix eingesetzt ergibt das:

$$V_1 = -5.5168[V]$$

$$V_2 = 4.4832[V]$$

$$V_3 = -0.60368[V]$$

$$Q_1 = -2.9181e - 010$$

$$Q_2 = -Q_1 = 2.9181e - 010$$

Die Werte für Q können mit Elefant überprüft werden. Im Tiler2D werden dazu die Potentiale der kreisrunden Leiter 1, 2 und 3 auf die Werten von V_1 , V_2 und V_3 gesetzt.

Im Integrals2D (Dialogfenster Integrals2D) wird über jeweils einen Leiter integriert, so werden folgende Werte für Q erhalten:

$$Q_1 = -2.9181032E - 10$$

$$Q_2 = 2.9180504E - 10$$

$$Q_3 = -1.6939707E - 11$$

Zur besseren Veranschaulichung wird mit Hilfe des Graphic Postprozessors die Abbildung 9 erstellt, auf welcher der Verlauf der Intensität der elektrische Feldstärke ersichtlich ist.

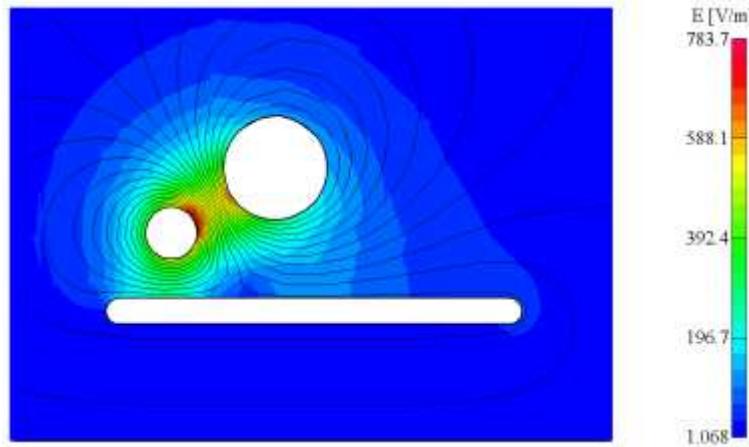


Abbildung 9: Fall β Schalter offen

4.2 Gesamtkapazität

Für die Berechnung der Gesamtkapazität wird die elektrische Feldenergie (über das gesamte Feldgebiet) benötigt.

Im Tiler2D werden dazu die Potentiale der Leiter 1, 2 und 3 auf die Werten von V_1 , V_2 und V_3 gesetzt.

Für V_1 : **Value inner circle:** = -5.5168[V]

Für V_2 : **Value inner circle:** = 4.4832[V]

Für V_3 : **Value inner circle:** = -0.60368[V]

Im Tegrals2D (Dialogfenster Integrals2D):

- **Cross section / Volume integral**
- **Select quantity:** electric energy
- **Select integral domains:** whole region

$$W = 1.4643627E - 09 [J/m]$$

Die Gesamtkapazität berechnet sich nun mit

$$C = \frac{2 \cdot W}{U^2} = 2.9287e - 011 [F/m]$$

Abbildungsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	2
2	x-Grid	3
3	y-Grid	4
4	modelierte Leiter	6
5	nur Leiter 1 mit einem Potential von 1V	7
6	nur Leiter 2 mit einem Potential von 1V	7
7	nur Leiter 3 mit einem Potential von 1V	7
8	Fall α Schalter geschlossen	9
9	Fall β Schalter offen	11