

# **Nachrichtentechnik 1 - Übertragungsverhalten nachrichtentechnischer Systeme**

## **Protokoll**

Köberl Markus 0130163  
Gruppe 14

Datum: 2005-04-22

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>RC-Tiefpaß</b>	<b>2</b>
1.1	Berechnung der Grenzfrequenz . . . . .	2
1.2	Messung der Grenzfrequenz . . . . .	2
1.3	Bodediagramm aufnehmen . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Analyse eines unbekannten Filters</b>	<b>6</b>
2.1	Art und Ordnung des Filters bestimmen . . . . .	6
2.2	Maximales Überschwingen bestimmen . . . . .	6
2.3	60% Überschwingen einstellen . . . . .	7
2.4	R messen, L und C berechnen . . . . .	8
2.5	Bodediagramm aufnehmen . . . . .	9

## 1 RC-Tiefpaß

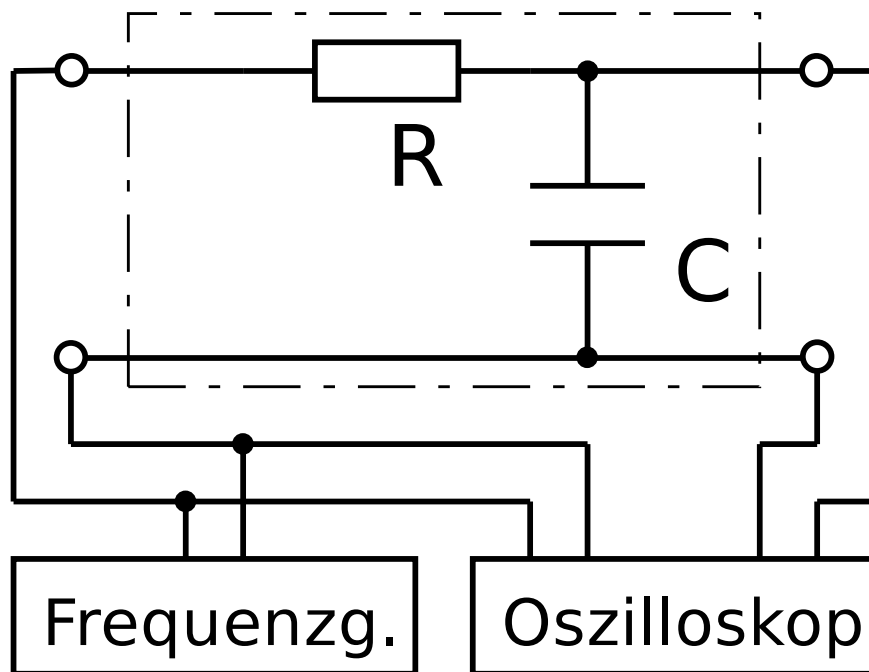


Abbildung 1: Messaufbau, RC-Tiefpass

Bauteilwerte:

$$R = 13k\Omega$$

$$C = 100nF$$

$$U_e = 0,7V$$

### 1.1 Berechnung der Grenzfrequenz

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 13k\Omega \cdot 100nF} = 122,437Hz$$

### 1.2 Messung der Grenzfrequenz

Bei der Grenzfrequenz  $f_g$  ist die Ausgangsspannung  $U_a$  um  $3dB = \sqrt{2}$  kleiner als die Eingangsspannung  $U_e$ .

$$U_a = \frac{U_e}{\sqrt{2}} = \frac{0,7V}{\sqrt{2}} = 0,49V$$

Es wurde die Frequenz so verstellt, dass sich die Ausgangsspannung zu  $U_a = 0,49V$  eingestellt hat. Bei dieser Einstellung wurde die Periodendauer  $T$  der Ausgangsspannung und

die Phasenverschiebung  $T_\varphi$  zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung gemessen.

$$T = 9,6ms$$

$$T_\varphi = -1,2ms$$

Berechnung der Grenzfrequenz

$$f_g = \frac{1}{T} = \frac{1}{9,6ms} = 104,167Hz$$

Berechnung der Phasenverschiebung bei der Grenzfrequenz

$$\varphi = \frac{360^\circ}{T} \cdot T_\varphi = \frac{360^\circ}{9,6ms} \cdot -1,2ms = -45^\circ$$

### 1.3 Bodediagramm aufnehmen

Für das Bodediagramm wurden folgende Werte gemessen:

Periodendauer	Frequenz	Amplitude	Phasenverschiebung	Phasenverschiebung
$T$ in ms	$f$ in Hz	$U_a$ in V	$T_\varphi$ in ms	$\varphi$ in °
21,5	46,5	0,56	-1,3	-21,7
15,6	64,1	0,52	-1,2	-27,7
11,8	84,7	0,48	-1,2	-36,6
9,4	106,4	0,45	-1,07	-41,3
8,6	116,2	0,43	-1,04	-43,8
8,5	117,6	0,42	-1,05	-44,5
7,3	137	0,38	-0,98	-48,3
6,4	156,3	0,36	-0,94	-52,9
5	200	0,3	-0,82	-59
3,2	312,5	0,2	-0,6	-67,5
1,56	641	0,105	-0,35	-80,8
0,67	1493	0,046	-0,16	-86

Tabelle 1: Gemessene Werte für das Bodediagramm

Berechnung von Frequenz und Phasenverschiebung:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{21,5ms} = 46,5Hz$$

$$\varphi = \frac{360^\circ}{T} \cdot T_\varphi = \frac{360^\circ}{21,5ms} \cdot -1,3ms = -21,7^\circ$$

Berechnung für das Amplitudendiagramm (gemessene Werte):

$$|A_{j\omega}|_{dB} = 20 \cdot \log \left( \left| \frac{U_a}{U_e} \right| \right) = 20 \cdot \log \left( \left| \frac{0,56V}{0,7V} \right| \right) = -1,94dB$$

Berechnung der Vergleichswerte für das Amplitudendiagramm:

$$A(j\omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{j\omega RC + 1}$$

$$|A_{j\omega}|_{dB} = 20 \cdot \log \left( \left| \frac{1}{j2\pi f RC + 1} \right| \right) = 20 \cdot \log \left( \left| \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 46,5Hz \cdot 13k\Omega \cdot 100nF + 1} \right| \right) = -0,58dB$$

Berechnung der Vergleichswerte für das Phasendiagramm:

$$\varphi = \arg(A_{j\omega}) = \arg \left( \frac{1}{j2\pi f RC + 1} \right) = \arg \left( \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 46,5Hz \cdot 13k\Omega \cdot 100nF + 1} \right) = -20,8^\circ$$

$f$	$ A_{j\omega} $ gemessen	$ A_{j\omega} $ berechnet	$\varphi$ gemessen	$\varphi$ berechnet
in Hz	in dB	in dB	in °	in °
46,5	-1,94	-0,59	-21,7	-20,8
64,1	-2,58	-1,05	-27,7	-27,6
84,7	-3,28	-1,69	-36,6	-34,7
106,4	-3,84	-2,44	-41,3	-41
116,2	-4,23	-2,78	-43,8	-43,5
117,6	-4,44	-2,84	-44,5	-43,8
137	-5,3	-3,53	-48,3	-48,2
156,3	-5,78	-4,19	-52,9	-51,9
200	-7,36	-5,64	-59	-58,5
312,5	-10,88	-8,76	-67,5	-68,6
641	-16,48	-14,53	-80,8	-79,2
1493	-23,65	-21,75	-86	-85,3

Tabelle 2: Werte für das Bodediagramm

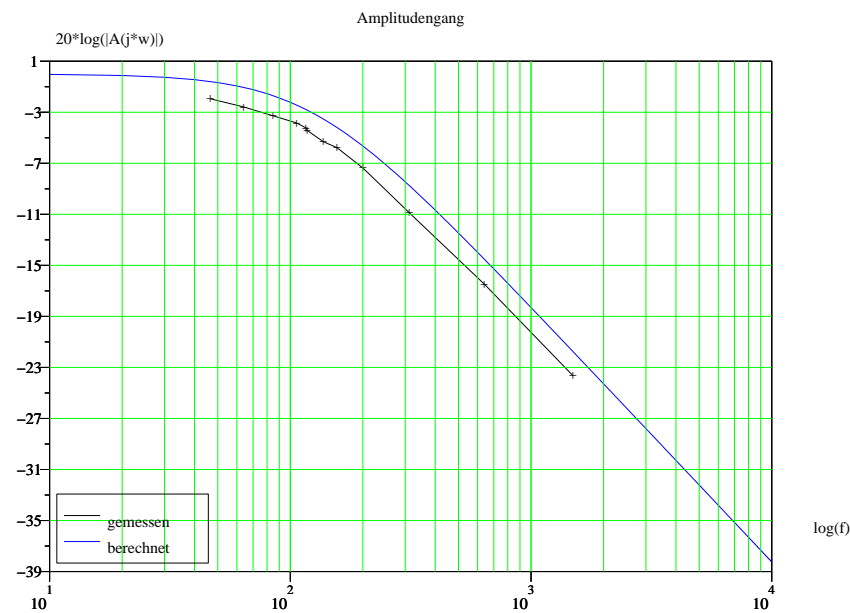


Abbildung 2: Amplitudengang, RC-Tiefpaß

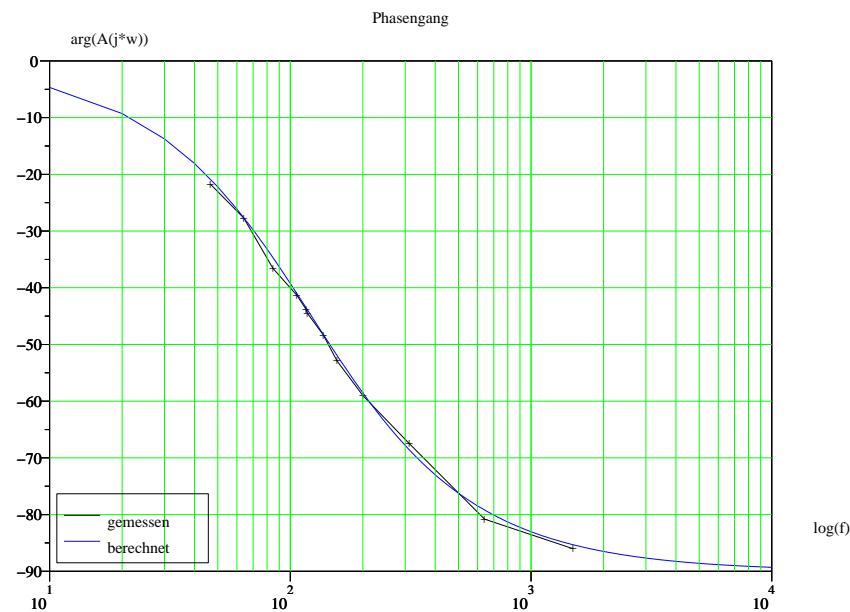


Abbildung 3: Phasengang, RC-Tiefpaß

## 2 Analyse eines unbekannten Filters

### 2.1 Art und Ordnung des Filters bestimmen

Grundsätzliche Aussage über Art und Ordnung des Filters, anhand des Frequenzganges.

Um herauszubekommen um welchen Filter es sich handelt, beobachteten wir die Amplitude der Ausgangsspannung und die Phasenverschiebung zwischen Eingangsspannung und Ausgangsspannung während wir die Frequenz der Eingangsspannung veränderten. Wir konnten beobachten, dass die Ausgangsspannung bei niedrigen Frequenzen gleich, bei mittleren Frequenzen größer, und bei hohen Frequenzen kleiner als die Eingangsspannung ist. Die Phasenverschiebung verändert sich dabei von  $0^\circ$  bei niedrigen Frequenzen bis  $-180^\circ$  bei hohen Frequenzen. Wir kamen zum Entschluss, dass es sich dabei um einen Tiefpass 2. Ordnung handelt.

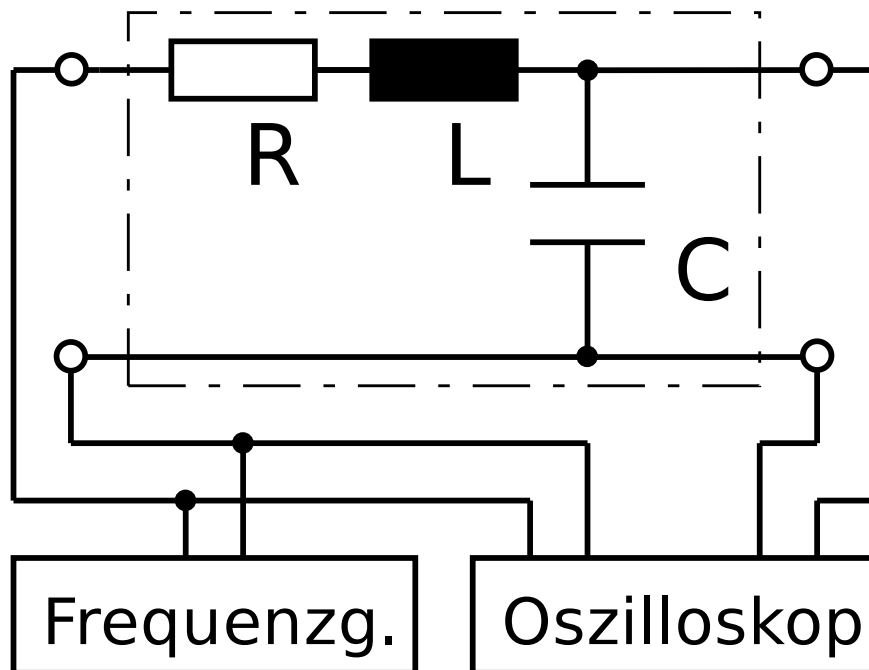


Abbildung 4: Schaltung, Tiefpass 2. Ordnung

### 2.2 Maximales Überspringen bestimmen

$R$  muss so eingestellt werden, dass am Ausgang ein maximales Überspringen beobachtet werden kann. Dazu ist die Eigenfrequenz  $\omega_e$  zu bestimmen.

$$\omega_e = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \delta^2}$$

Daraus ergibt sich ein Maximum bei  $\delta = 0$ .

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot R \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Es folgt das  $\delta = 0$  wenn  $R = 0$  ist.

Die Kaskade wurde auf  $R = 0\Omega$  eingestellt. Dannach wurde jene Frequenz gesucht, bei der das Überspringen am größten ist, und die Periotendauer  $T$  gemessen.

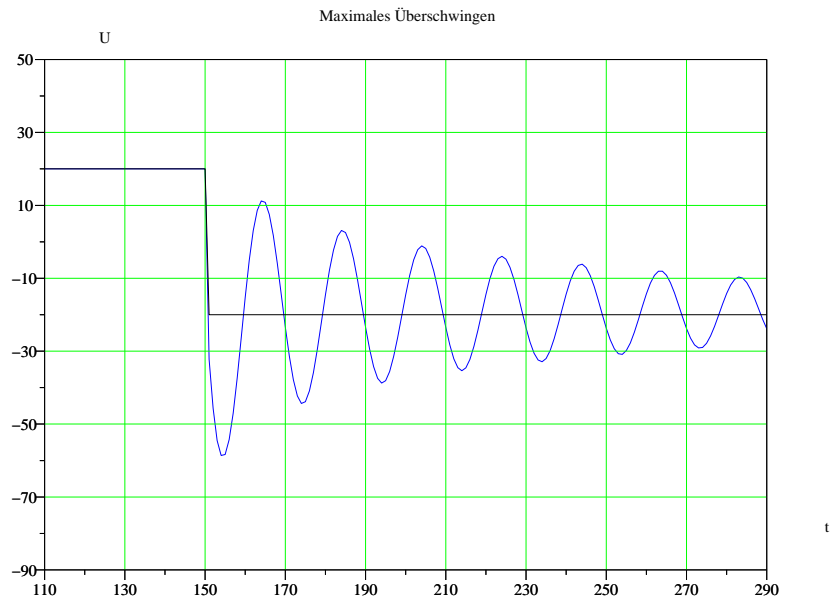


Abbildung 5: Maximales Überspringen

$$T = 3ms$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3ms} = 333,3Hz$$

$$\omega_e = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 333,3Hz = 2094,4 \frac{1}{s}$$

### 2.3 60% Überspringen einstellen

$R$  wurde solange vergrößert, bis sich am Ausgangssignal ein Überspringen von 60% einstellte.



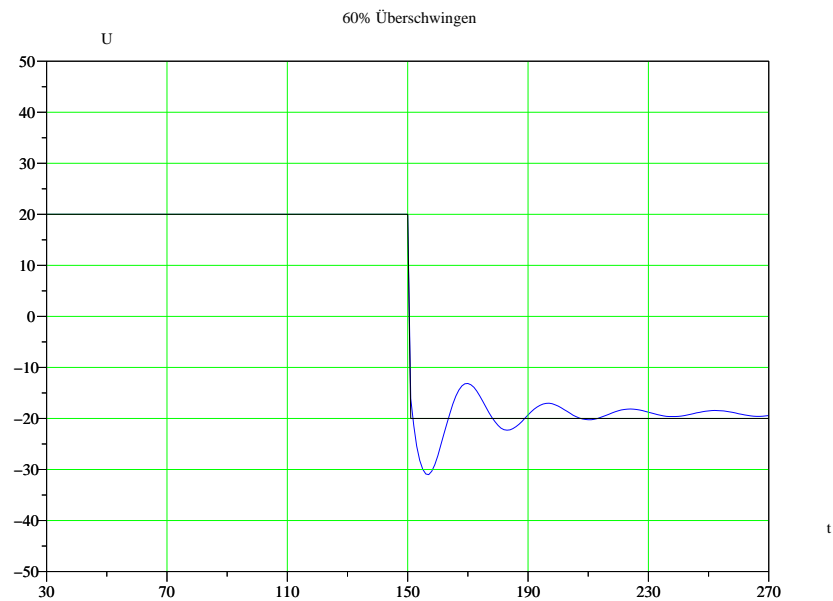


Abbildung 6: 60% Überspringen

## 2.4 R messen, L und C berechnen

Der Wert von  $R$  wurde durch Messen mit dem Multimeter ermittelt.

$$R = 15k\Omega$$

Bestimmen von  $L$  und  $C$ :

$$G(s) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{sRC + s^2LC + 1}$$

$$\frac{1}{sRC + s^2LC + 1} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2s\zeta\omega_0 + \omega_0^2} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2s\zeta}{\omega_0} + 1}$$

Durch Koeffizientenvergleich ergibt sich für den Teil mit  $s^2$ :

$$s^2LC = \frac{s^2}{\omega_0^2}$$

$$LC = \frac{1}{\omega_0^2}$$

Und für den Teil mit  $s$ :

$$sRC = \frac{2s\zeta}{\omega_0}$$

$$RC = \frac{2\zeta}{\omega_0}$$

Berechnung von  $\zeta$ :

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{\ln(\text{Überschwingen})}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{\ln(60\%)}\right)^2 + 1}} = 0,16$$

Berechnung von  $C$ :

$$C = \frac{2\zeta}{R\omega_0} = \frac{2 \cdot 0,16}{15k\Omega \cdot 2094,4\frac{1}{s}} = 10nF$$

Berechnung von  $L$ :

$$L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{10nF \cdot (2094,4\frac{1}{s})^2} = 22,3H$$

## 2.5 Bodediagramm aufnehmen

Für das Bodediagramm wurden folgende Werte gemessen:

Frequenz	Amplitude	Phasenverschiebung
$f$ in Hz	$U_a$ in V	$\varphi$ in °
50	2	0
100	2,2	-7,2
150	2,4	-13,5
200	2,8	-21,6
250	3,4	-31,5
300	4,2	-43,2
333	5	-74,4
350	4,8	-95,7
400	3,6	-120
500	1,8	-130
700	0,64	-156,2
1000	0,32	-172,8

Tabelle 3: Gemessene Werte für das Bodediagramm

Berechnung für das Amplitudendiagramm (gemessene Werte):

$$|A_{j\omega}|_{dB} = 20 \cdot \log \left( \left| \frac{U_a}{U_e} \right| \right) = 20 \cdot \log \left( \left| \frac{2V}{2V} \right| \right) = 0dB$$

Berechnung der Vergleichswerte für das Amplitudendiagramm:

$$|A_{j\omega}|_{dB} = 20 \cdot \log \left( \left| \frac{1}{j2\pi f RC + (j2\pi f)^2 LC + 1} \right| \right) =$$

$$= 20 \cdot \log \left( \left| \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50Hz \cdot 15k\Omega \cdot 10nF + (j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50Hz)^2 \cdot 22,3H \cdot 10nF + 1} \right| \right) = 0,18dB$$

Berechnung der Vergleichswerte für das Phasendiagramm:

$$\varphi = \arg(A_{j\omega}) = \arg \left( \frac{1}{j2\pi f RC + (j2\pi f)^2 LC + 1} \right) =$$

$$= \arg \left( \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50Hz \cdot 15k\Omega \cdot 10nF + (j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50Hz)^2 \cdot 22,3H \cdot 10nF + 1} \right) = -2,8^\circ$$

$f$	$ A_{j\omega} $ gemessen	$ A_{j\omega} $ berechnet	$\varphi$ gemessen	$\varphi$ berechnet
in Hz	in dB	in dB	in °	in °
50	0	0,18	0	-2,8
100	0,83	0,75	-7,2	-5,9
150	1,58	1,78	-13,5	-10
200	2,92	3,42	-21,6	-16,2
250	4,61	5,89	-31,5	-27,6
300	6,44	9,1	-43,2	-53,7
333	7,96	10,04	-74,4	-85,7
350	7,6	9,39	-95,7	-103,4
400	5,1	5,1	-120	-137,3
500	-0,91	-2,2	-130	-158,6
700	-9,9	-10,57	-156,2	-168,7
1000	-15,92	-17,91	-172,8	-173,1

Tabelle 4: Werte für das Bodediagramm

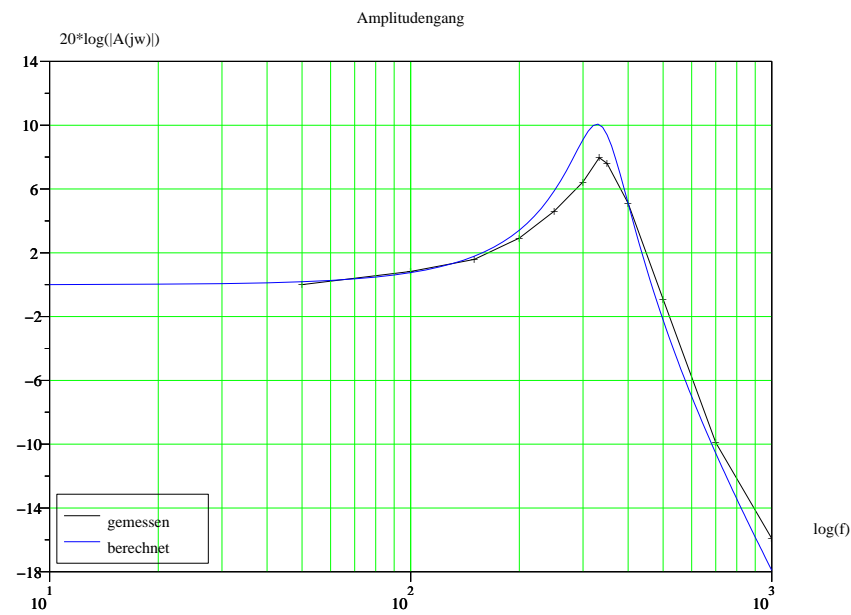


Abbildung 7: Amplitudengang, Tiefpaß 2. Ordnung

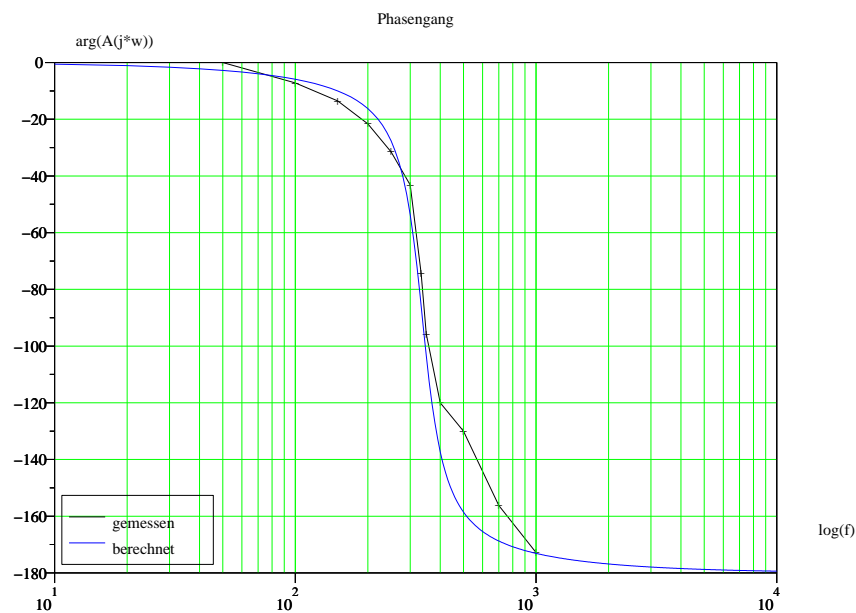


Abbildung 8: Phasengang, Tiefpaß 2. Ordnung